

Analysierstärke und Spinkorrelationsparameter der elastischen Proton-Proton-Streuung im Energiebereich von 0,5 bis 2,5 GeV

Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades (Dr. rer. nat.)

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

vorgelegt von

Kay Ulbrich

aus

Morsbach

Bonn 2005

Angefertigt mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

1.Referent: Prof. Dr. F. Hinterberger

2.Referent: Prof. Dr. K.-H. Speidel

Tag der Promotion: 28. Februar 2005

Zusammenfassung

Das EDDA-Experiment ist ein interner Meßaufbau zur Messung von Anregungsfunktionen und Winkelverteilungen von Observablen der elastischen Proton-Proton-Streuung im Energiebereich 0,5-2,5 GeV (entsprechend dem Impulsbereich 0,9-3,3 GeV/c) am Cooler-Synchrotron COSY. Eine Besonderheit der Messungen ist die Datennahme während der Beschleunigungsphase von COSY, wobei in kurz aufeinanderfolgenden Maschinenzyklen gemessen wird (Multi-Pass-Technik). Diese Meßmethode erlaubt die Aufnahme von Anregungsfunktionen und Winkelverteilungen hoher Konsistenz.

Für die Messungen von Polarisationsobservablen – der Analysierstärke A_N sowie der Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SL} und A_{SS} – wurde ein polarisiertes Wasserstoff-Atomstrahltarget verwendet, das im rezirkulierenden COSY-Strahl installiert war. Der akzeptierte Vorwärts-Schwerpunktwinkelbereich war $30^\circ \leq \theta_{c.m.} \leq 90^\circ$.

Die Analysierstärke A_N der elastischen $p\bar{p}$ -Streuung wurde während der Beschleunigungsphase des Beschleunigers COSY gemessen. Diese Messungen wurden mit dem unpolarisierten Protonenstrahl und dem polarisierten Atomstrahltarget durchgeführt. So wurden präzise Anregungsfunktionen dieser Observablen aufgenommen.

Abschließend wurden die Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SL} und A_{SS} der elastischen $\vec{p}\vec{p}$ -Streuung vermessen. Dabei wurde mit dem transversal polarisierten Protonenstrahl und dem polarisierten Atomstrahltarget gemessen. Die Datennahme erfolgte dabei nicht nur während der Beschleunigungsphase des Synchrotrons, sondern auch während der darauffolgenden Phase mit konstanter Endenergie.

Die Ergebnisse werden mit früheren Messungen und Vorhersagen von Streuphasenanalysen verglichen. Ein Teil der A_N -Daten wurde bereits in neueren Streuphasenanalysen berücksichtigt.

Von besonderem Interesse für zukünftige Streuphasenanalysen sind vor allem die Daten von A_{SS} , da für diese Observable bislang im Energiebereich von 0,8-2,5 GeV keine Messungen vorlagen.

Die durch das EDDA-Experiment gemessenen und hier vorgestellten Daten für die Analysierstärke A_N und die Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SL} und A_{SS} ergänzen und erweitern die Welt-datenbasis für diese Observablen im vermessenen Energiebereich von 0,5-2,5 GeV und stellen somit einen wichtigen Beitrag für das Verständnis der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung dar.

Abstract

The EDDA-experiment is an internal target experiment at the Cooler Synchrotron COSY. It is designed to measure excitation functions and angular distributions of observables of elastic proton-proton-scattering in the energy range 0.5-2.5 GeV (corresponding to a momentum range of 0.9-3.3 GeV/c). A special feature of the setup is that data are taken during the beam acceleration in COSY. Furthermore, the measurement is performed during short subsequent machine cycles, using the *Multi-Pass Technique*. This method allows for excitation functions and angular distributions of high consistency.

Measured polarisation observables were the analysing power A_N and the spin-correlation parameters A_{NN} , A_{SL} and A_{SS} . These were measured using a polarised hydrogen atomic beam target, which was installed internal to the recirculating COSY-beam. The accepted centre of mass forward angular range was $30^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 90^\circ$.

The analysing power A_N of elastic $p\bar{p}$ -scattering was measured during the acceleration phase of COSY. The corresponding data were taken using the unpolarised proton beam and the polarised atomic beam target. Excitation functions of high precision were recorded.

Finally, the spin-correlation parameters A_{NN} , A_{SL} and A_{SS} of elastic $\bar{p}\bar{p}$ -scattering were measured. The transversally polarised proton beam was used together with the polarised atomic beam target. Here, data were taken not only during the acceleration phase, but also during a subsequent phase of constant maximal energy.

The results of the measurements are compared to earlier measurements and predictions of phase shift analyses. The A_N -data have already partially entered into newer phase shift analyses.

The results for A_{SS} are of special interest, because until now there were no measurements for this observable in the energy region of 0.8-2.5 GeV.

The data for the analysing power A_N and the spin-correlation parameters A_{NN} , A_{SL} and A_{SS} complete and extend the world data base of these observables in the considered energy range of 0.5-2.5 GeV, thus constituting an important contribution to the understanding of the nucleon-nucleon interaction.

Абстракт

Эксперимент коллаборации EDDA – выполнен на установке, которая расположена на внутреннем пучке ускорителя COSY. Он предназначен для измерения функций возбуждения и угловых распределений наблюдаемых упругого протон-протон рассеяния в диапазоне энергий 0,5-2,5 ГэВ (соответствующий диапазон импульсов – 0,9-3,3 ГэВ/с). Измерения проводятся в течение коротких циклов ускорителя, которые непосредственно следуют один за другим (Multi-Pass Technique). Особенностью измерения является и то, что оно происходит в течение фаз ускорения пучка. Этими способами получают функции возбуждения и угловые распределения измеренных величин высокой внутренней согласованности.

Измерены были анализирующая способность A_N и параметры спиновой корреляции A_{NN} , A_{SL} и A_{SS} . Они измерялись с поляризованной струйной мишенью атомного водорода, которая была установлена на траектории циркулирующего пучка ускорителя COSY. Принятый диапазон передних углов в системе центра масс был $30^\circ \leq \theta_{c.m.} \leq 90^\circ$.

Анализирующая способность A_N упругого $p\bar{p}$ -рассеяния была измерена в течение фаз ускорения пучка. Соответствующие данные записывались с неполяризованным пучком и поляризованной струйной мишенью атомного водорода. Получились функции возбуждения высокой точности.

Окончательно были измерены параметры спиновой корреляции A_{NN} , A_{SL} и A_{SS} упругого $p\bar{p}$ -рассеяния. Здесь применялись перпендикулярно поляризованный пучок COSY и поляризованная струйная мишень атомного водорода. Данные записывались не только в течение фаз ускорения пучка, но и в течение следующих фаз при постоянной максимальной энергии.

Результаты были сравнены с предыдущими измерениями других коллабораций, а также с предсказаниями анализов фаз рассеяния. Часть данных для A_N , полученных коллаборацией EDDA, уже вошла в новые фазовые анализы.

Особенно важны для будущих фазовых анализов прежде всего данные параметра A_{SS} , потому что для этой величины до сих пор не существовало измерений в диапазоне энергий 0,8-2,5 ГэВ.

Полученные экспериментом EDDA и представленные в данной диссертации результаты анализирующей способности A_N и параметров спиновой корреляции A_{NN} , A_{SL} и A_{SS} дополняют и расширяют мировую базу данных этих величин в диапазоне энергий 0,5-2,5 ГэВ, являясь важным вкладом для понимания нуклон-нуклонного взаимодействия.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Theoretische Grundlagen	5
2.1. NN-Wechselwirkung	5
2.1.1. Phänomenologie der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung	5
2.1.2. Mesonaustauschmodelle	6
2.2. Streutheorie	7
2.2.1. Kinematik der elastischen Proton-Proton-Streuung	7
2.2.2. Streuung unpolarisierter Protonen	9
2.2.3. Die S -Matrix	9
2.2.4. Die T -Matrix und die M -Matrix	12
2.2.5. Streuung polarisierter Protonen	13
2.3. Streuphasenanalysen	19
3. Experimenteller Aufbau	25
3.1. Das Cooler-Synchrotron COSY	25
3.1.1. Strahlerzeugung	25
3.1.2. Depolarisierende Resonanzen	25
3.2. Das Atomstrahltarget	28
3.3. Der EDDA-Detektor	30
3.3.1. Außenschale	30
3.3.2. Innenschale	32
3.3.3. Ausleseelektronik und Datenaufnahme (DAQ)	32
3.4. Datenrekonstruktion	33

4. Datenauswertung	37
4.1. Analysierstärke A_N	37
4.1.1. Azimuthale Zählratenmodulation für unpolarisierten COSY-Strahl und polarisiertes ABT	37
4.1.2. Ohlsen-Verfahren	39
4.1.3. Normierung der Polarisationskala	40
4.2. Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SS} und A_{SL}	40
4.2.1. Schnitt auf das kinematische Defizit α	41
4.2.2. Sortierung der Daten und weitere Schnitte	43
4.2.3. Azimuthale Zählratenmodulation für polarisierten COSY-Strahl und polarisiertes ABT	44
4.2.4. Erweitertes Asymmetrieverfahren	44
4.2.5. Impulsabhängiger Normierungsfehler	45
4.2.6. Globaler Normierungsfehler	47
4.2.7. Systematischer Fehler durch Schnitt auf inelastischen Untergrund	47
4.2.8. Konfidenztest für die systematischen Fehler	50
4.2.9. Unterdrückung statistischer Fluktuationen für die systematischen Fehler .	52
4.2.10. Konsistenz und Kombination der beiden Datensätze für $p = 3300 \text{ MeV/c}$	55
5. Effektive Polarisation bei A_N-Messungen	57
5.1. Akzeptanz und effektive Polarisation	57
5.2. Korrektur auf die effektive Polarisation	61
5.2.1. Der Korrekturfaktor R	61
5.2.2. Nichtlinearität des Ohlsen-Verfahrens und der Korrekturfaktor R	65
5.2.3. Auswahl der (θ, p) -Bereiche für die Korrektur	66
6. Ergebnisse für die Spinkorrelationsparameter A_{NN}, A_{SS} und A_{SL}	69
Anhang	70
A. Ergebnisse für die Spinkorrelationsparameter in tabellarischer Form	73
B. Fehlerrechnung für die A_N-Korrekturfaktoren	77

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1.1. Weltdatensatz A_N , A_{NN} , A_{SS} und A_{SL}	4
2.1. Trajektorien Laborsystem und c.m.-System	8
2.2. Streuebene und relative Lage von Labor- und EDDA-Koordinaten	8
2.3. Elastische Streuung im stationären Bild	10
2.4. Koordinatensysteme für Projektil und Ejektile nach der Argonne-Konvention . .	15
3.1. Depolarisierende Resonanzen in COSY	26
3.2. Schema des Jülicher Cooler-Synchrotrons COSY mit dem internen EDDA-Detektor	27
3.3. Schema des Atomstrahltargets	28
3.4. Breit-Rabi-Diagramm des Wasserstoffatoms und Schema der Polarisation des H-Strahles	29
3.5. Schema des EDDA-Detektors	30
3.6. Stablage der Außenschale (Querschnitt)	31
3.7. Schema der Datenanalyse	34
3.8. Veranschaulichung des kinematischen Defizits α	35
4.1. Unterteilung des EDDA-Detektors in Quadranten	38
4.2. α -Verteilungen aus der Bestimmung des impulsabhängigen α -Schnitts für sechs ausgewählte Impulse	42
4.3. Systematische und statistische Fehler für drei Flattop-Impulse mit Fit für die systematischen Fehler	49
4.4. Beispiel einer simulierten Verteilung für statistische Schwankungen der Spinkorrelationsparameter	52
4.5. Konfidenzniveaus der systematischen Fehler für sechs Flattop-Impulse	54
4.6. Winkelverteilungen für A_{NN} , A_{SL} und A_{SS} , 3300 MeV/c, Strahlzeiten 18 und 19 .	55

Abbildungsverzeichnis

5.1. Nichtdetektion von Ereignissen hin zu niedrigeren Strahlimpulsen	57
5.2. z -Vertex-Profile für verschiedene θ - p -Tupel	58
5.3. $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) d\Omega[mb]$ (links) und nachgewiesene Ereignisse in der (θ, p) -Ebene (rechts) .	59
5.4. Polarisationsprofile für das ABT, Strahlzeiten 14-16	60
5.5. Korrekturfaktor \bar{R} , Strahlzeit 14, x - und y -Polarisation	64
5.6. Fehler $\Delta\bar{R}$, Strahlzeit 14, x - und y -Polarisation	64
5.7. Gemittelter Korrekturfaktor $\bar{\bar{R}}$ (alle Strahlzeiten, alle Polarisationsrichtungen) . .	64
5.8. A_N unkorrigiert, Korrekturfaktor R , korrigiertes A_N , Asymmetrie-Verhältnis κ . .	67
5.9. Datenpunkte vor und nach der Korrektur	68
6.1. Winkelverteilungen Spinkorrelationsparameter, 1430 – 2572 MeV/c	71
6.2. Winkelverteilungen Spinkorrelationsparameter, 2720 – 3300 MeV/c	72

1. Einleitung

Die Erforschung der starken Wechselwirkung ist eine der fundamentalen Problemstellungen der modernen Physik. Streuexperimente spielen hierbei eine zentrale Rolle, da die durch sie gemessenen Größen direkt oder insbesondere über Streuphasenanalysen in Zusammenhang mit Modellen gebracht werden können, die Phänomene der starken Wechselwirkung erklären.

Um die Spinabhängigkeit der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung zu studieren, müssen Streuexperimente mit polarisierten Teilchenensembles durchgeführt werden. Für die Messung der *Analysierstärken* ist entweder Strahl oder Target polarisiert, für die Messung der *Spinkorrelationsparameter* sind sowohl der Strahl als auch das Target polarisiert¹.

EDDA ist als internes Experiment zur Messung von Observablen der elastischen Proton-Proton-Streuung am Synchrotron COSY konzipiert. Ein derartiger Aufbau ermöglicht insbesondere die kontinuierliche Datennahme während der Beschleunigungsphase dieser Maschine. Dadurch können die gemessenen Observablen in konsistenter Weise als Funktionen der Energie bzw. des Impulses extrahiert werden. Diese Funktionen werden auch als *Anregungsfunktionen* bezeichnet².

Die Messungen des differentiellen Wirkungsquerschnittes $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta)$ wurden in der ersten Phase des Experimentes durchgeführt. Dabei wurde mit Festkörpertargets und unpolarisiertem COSY-Strahl gemessen. Die Targets bestanden aus Polypropylen- bzw. Kohlenstofffädchen. Die so erhaltenen Datensätze hoher Konsistenz gingen in entsprechende Streuphasenanalysen ein, welche bis zu 2,5 GeV erweitert werden konnten [AOS⁺97].

In der zweiten Experimentphase wurde die Analysierstärke A_N der elastischen Proton-Proton-Streuung vermessen. Der COSY-Strahl war auch hier unpolarisiert, und es kam ein polarisiertes Wasserstoff-Atomstrahltarget zum Einsatz. Dieses Gastarget schwächt den COSY-Strahl nur unerheblich ab, so daß mit rezirkulierendem Strahl gemessen werden konnte. Es wurde in kurzen direkt aufeinanderfolgenden Beschleunigerzyklen gemessen. Die typische Dauer der Zyklen lag bei 10-20 s. Daten wurden während der Beschleunigungsrampe genommen, so daß während jedes Zyklus eine vollständige Anregungsfunktion gemessen wurde. Diese Technik wird auch als

¹Um Observablen zu messen, bei denen die Polarisation der Protonen im Ausgangskanal eine Rolle spielt, muß die Polarisation der Ejektile durch Doppelstreuexperimente bestimmt werden. Messungen dieses Typs wurden im Rahmen des EDDA-Meßprogrammes nicht vorgenommen.

²Ob man sich auf den Impuls oder die Energie bezieht, ist lediglich eine Frage der Konvention. In dieser Arbeit wird für EDDA-Daten gemäß den Gepflogenheiten im Rahmen des Experimentes meistens der Impuls genannt, bei fremden Daten je nach vorliegender Information die Energie oder der Impuls.

1. Einleitung

Multi-Pass-Technik bezeichnet. Sie erlaubt die Mittelung über eine Vielzahl von Anregungsfunktionen. Einerseits werden dadurch statistische Schwankungen von Zyklus zu Zyklus herausgemittelt. Andererseits können so langfristige systematische Schwankungen kompensiert werden.

Eine der ursprünglichen dem Experiment zugrundeliegenden Problemstellungen ist die Frage nach der Existenz der *dibaryonischen Resonanzen*³. Dabei handelt es sich um theoretisch vorhergesagte gebundene Sechs-Quark-Zustände [Jaf77, AMdS78]. Neben der Ergänzung des Welt Datensatzes für $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ und A_N sowie entsprechender Streuphasenanalysen wurden vor allem auf der Grundlage der gemessenen Anregungsfunktionen für $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ in [Roh00] obere Grenzen für die Ankopplung dibaryonischer Resonanzen an den elastischen Kanal ermittelt.

In der dritten und letzten Phase des Experimentes schließlich wurden die Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SS} und A_{SL} vermessen. Hierbei wurde das schon in der zweiten Phase benutzte polarisierte Atomstrahltarget verwendet, zusammen mit einem transversal polarisierten COSY-Strahl. Auch hier wurde die bei den Messungen der Spinkorrelationsparameter benutzte Multi-Pass-Technik angewandt. Durch den Einsatz des polarisierten COSY-Strahls verringerte sich die Luminosität um ungefähr eine Größenordnung. Deshalb wurden Daten sowohl während der Beschleunigungsrampe als auch während eines darauffolgenden Abschnittes konstanter Strahlenergie, auch als *Flattop* bezeichnet, genommen. Dadurch konnten bei ausgewählten Energien Winkelverteilungen der Spinkorrelationsparameter mit höherer Statistik als in der Rampe gemessen werden. Die Ergebnisse der Spinkorrelationsparametermessungen gehen in aktuelle Streuphasenanalysen ein.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine erweiterte Akzeptanzkorrektur für die Auswertung der Analysierstärkedaten entwickelt, die insbesondere die effektive Polarisation des Wasserstoffgas-targets berücksichtigt. Die Spinkorrelationsparameter wurden für zehn COSY-Flattopimpulse ausgewertet, so daß für jeden dieser Impulse Winkelverteilungen der Observablen vorliegen. Für diese Auswertung wurden Untersuchungen zu Schnittkriterien und dem Einfluß inelastischen Untergrundes durchgeführt.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich wie folgt:

Kapitel 2 gibt einen Überblick über ausgewählte Aspekte der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung, den Protonenspin und die Polarisation von Protonenensembles sowie die hier relevanten Grundlagen der Streutheorie.

In Kapitel 3 wird der Aufbau des EDDA-Experimentes, bestehend aus dem Beschleuniger COSY, dem Atomstrahltarget (ABT) und dem EDDA-Detektor selbst, beschrieben. Den Abschluß dieses Kapitels bildet ein Abriß über die primäre Datenrekonstruktion aus dem Rohdatenstrom.

Kapitel 4 beschreibt die Datenanalyse nach der Rekonstruktion der primären physikalischen

³Das Akronym EDDA leitet sich aus zwei Bezeichnungen her. Zum einen ist dies „Excitation Function Data Acquisition Designed for the Analysis of Phase Shifts“, zum anderen – weniger offiziell – „Elastic Dibaryons – Dead or Alive“.

Meßgrößen des EDDA-Detektors. Für die Spinkorrelationsparameter wird ein impulsabhängiges Elastizitätskriterium etabliert. Eine Abschätzung des Einflusses inelastischer Kanäle auf die Ergebnisse wird vorgenommen.

Kapitel 5 behandelt Untersuchungen zur Akzeptanzkorrektur für die A_N -Messungen, gleichbedeutend mit der Bestimmung der effektiven Polarisierung des Wasserstoffgastargets. Der durch diese Korrektur modifizierte und erweiterte Datensatz für die Analysierstärke wird vorgestellt.

Kapitel 6 zeigt die Ergebnisse der Analyse der Meßdaten. Die resultierenden Winkelverteilungen der Spinkorrelationsparameter werden mit den Ergebnissen anderer Messungen und mit Parametrisierungen bzw. Vorhersagen aktueller Streuphasenanalysen verglichen.

Anhang A gibt einen tabellarischen Überblick über die Winkelverteilungen der Spinkorrelationsparameter. Dort werden statistische und systematische Fehler getrennt aufgeführt.

Anhang B dokumentiert die Fehlerrechnung für die Korrekturfaktoren aus Kapitel 5.

1. Einleitung

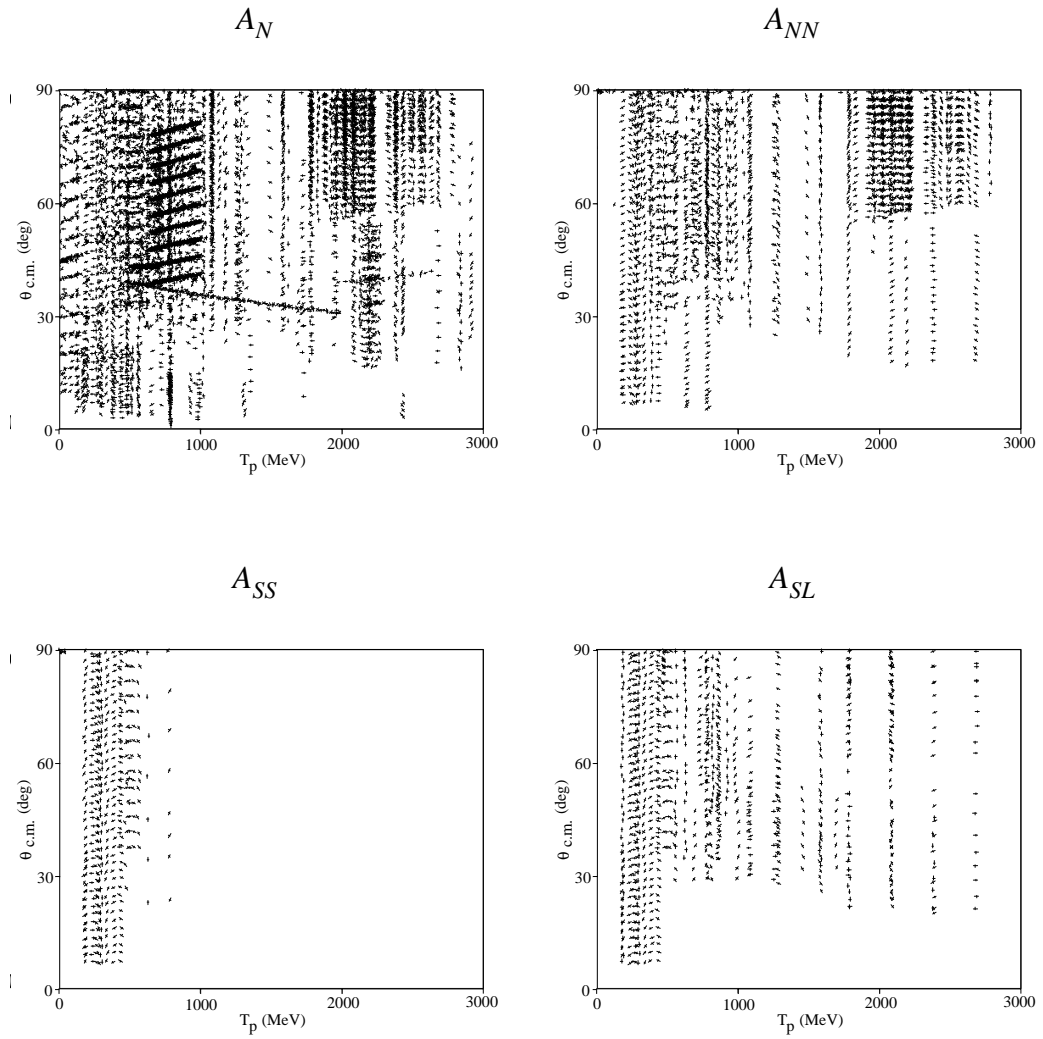


Abbildung 1.1.: Weltdatensatz der Polarisationsobservablen A_N , A_{NN} , A_{SS} und A_{SL} . Aus der SAID-Datenbank [ABWS04], Stand 1998.

2. Theoretische Grundlagen

2.1. Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung

Die Erforschung der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung, beruhend auf der *starken Wechselwirkung*, kann auf eine lange wissenschaftliche Geschichte zurückblicken. Es existiert eine Vielzahl phänomenologischer Modelle, deren Geltungsbereich jeweils durch einen gewissen Energiebereich gekennzeichnet ist. Die der Beschreibung der starken Wechselwirkung zugrundeliegende Theorie ist die Quantenchromodynamik (QCD).

2.1.1. Phänomenologie der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung

Bereits in den 40er Jahren des 20. Jahrhunderts lagen genügend experimentelle Daten vor, um grundlegende Eigenschaften der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung zu formulieren. Insbesondere spektroskopische Untersuchungen des einzigen gebundenen Zwei-Nukleonen-Systems, des *Deuterons*, ließen weitreichende Schlußfolgerungen über den Charakter der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung zu [MK86, Kap.5].

Reichweite: Daß im Atomkern die Bindungsenergie pro Nukleon als Funktion der Nukleonenzahl A nahezu konstant ist, also insbesondere nicht zunimmt, deutet auf die Kurzreichweitigkeit der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung hin.

Anziehung: Die Existenz gebundener Kerne läßt direkt darauf schließen, daß auf einer Längenskala in der Größenordnung des Nukleonendurchmessers – ca. 2 fm – die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung in einer anziehenden Kernkraft resultiert.

Abstoßender Kern: S -Wellen-Streuung (quasiklassisch: kleiner Stoßparameter) zeigt, daß ab ca. 250 MeV die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung in einer abstoßenden Kernkraft resultiert. Das entspricht einer Abstoßung bei Entfernungen unter 0,6 fm.

Zentralkraft: Das Deuteron ist nahezu kugelförmig, was auf eine dominierende Zentralkraft schließen läßt.

2. Theoretische Grundlagen

Tensorkomponente: das Deuteron besitzt ein Quadrupolmoment. Dies und sein magnetisches Moment lassen auf einen D -Wellenanteil in der Deuteron-Wellenfunktion schließen, der durch einen Tensorkraftanteil hervorgerufen wird.

Spinabhängigkeit: es existiert nur ein Triplettzustand des Deuteriums, d.h., die parallele Ausrichtung von Neutronen- und Protonenspin ist ausgezeichnet. NN-Streuexperimente zeigen demzufolge eine Abhängigkeit der azimuthalen Zählratenverteilung von der gegenseitigen Spinorientierung der Teilchen.

Ladungsunabhängigkeit: Es gibt bis heute keinen Hinweis darauf, daß die Proton-Proton-Wechselwirkung und die Neutron-Neutron-Wechselwirkung sich außer der ladungsbedingt unterschiedlichen Coulomb-Wechselwirkung unterscheiden. Daraus erwächst der Isospin-formalismus, in dem der Hamiltonoperator der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung invariant gegenüber Drehungen im Isospinraum ist [LL01, Kap.XVI].

2.1.2. Mesonaustauschmodelle

Der erste Versuch, die Kernkräfte durch ein Austauschteilchen mittlerer Masse zu beschreiben, wurde 1935 von Yukawa gemacht [Yuk35]. Seitdem ist eine Vielzahl weiterer Modelle zur Beschreibung der schnell wachsenden Datenbasis eingeführt worden. Die Beschreibung der Wechselwirkung im Rahmen dieser Mesonenaustauschmodelle erfolgt durch quantisierte Mesonenfelder. Die Eigenschaften der Kräfte spiegeln sich dabei in den Quantenzahlen und Symmetrieeigenschaften der einzelnen Mesonen wider.

Der störungstheoretische Ansatz, mit dem die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung im Rahmen dieser Modelle entwickelt wird, führt zur Entwicklung nach 1-, 2-, ..., n - Meson-Austausch-Prozessen, die jeweils durch entsprechende Feynman-Graphen beschrieben werden.

Unter den auf der Basis des Ein-Meson-Austausches bzw. OBE (One Boson Exchange) und des Zwei-Meson-Austausches (TBE) entwickelten Modellen seien hier das Nijmegen-Potential [NRdS75], das Paris-Potential [L⁺80] und das Bonn-Potential [MHE87, GOH92] genannt. Für das Bonn-Potential wurden auch über die Pion-Produktionsschwelle hinaus Erweiterungen angestrebt [EFH⁺88, EHSM88]. Erweiterungen des Bonn-Potentials auf den EDDA-Energiebereich wurden in [EMS03] und [Sch04] untersucht.

Im Rahmen der OBE-basierten Modelle wird die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung im Niederenergiebereich hauptsächlich von vier Mesonen bestimmt: dem π -, dem σ -, dem ρ - und dem ω -Meson (siehe Tabelle 2.1 zu Massen und Quantenzahlen, zu weiteren Details siehe [Mac89]).

π -Meson starke Tensorwechselwirkung, schwache Spin-Spin-Wechselwirkung

σ -Meson stark anziehende Zentralkraft, Spin-Bahn-Wechselwirkung

ρ -Meson Tensorwechselwirkung, schwache Spin-Spin-Wechselwirkung

ω -Meson stark abstoßende Zentralkraft („Repulsive Core“ bei Abständen unter 0,6 fm), starke Spin-Bahn-Wechselwirkung, schwache Spin-Spin-Wechselwirkung

Meson	$m[\text{MeV}/c^2]$	I	J^π
π	135	1	0^-
σ	~ 550	0	0^+
ρ	776	1	1^-
ω	783	0	1^-

Tabelle 2.1.: Die vier hauptsächlich zur Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung beitragenden Mesonen mit Quantenzahlen [EHO⁺04]

Die Mesonaustauschmodelle beschreiben die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung bei niedrigen Energien sehr genau, allerdings ist es bis heute nicht gelungen, sie im Rahmen der QCD als Niederenergienäherung zu interpretieren.

2.2. Streutheorie

2.2.1. Kinematik der elastischen Proton-Proton-Streuung

Die Kinematik der elastischen Proton-Proton Streuung im GeV-Bereich kann nicht mehr klassisch beschrieben werden, da gilt

$$1 \text{ GeV} \leq T_{\text{Prot.}} \leq 3 \text{ GeV} \Rightarrow 0,59 \leq \beta_{\text{Prot.}} \leq 0,78. \quad (2.1)$$

Im klassischen Grenzfall ($\gamma \ll 1$) gilt für den Vorwärtswinkel $\theta_{\text{lab},1}$ und den Rückwärtswinkel $\theta_{\text{lab},2}$ im Laborsystem¹:

$$\theta_{\text{lab},1} + \theta_{\text{lab},2} = 90^\circ. \quad (2.2)$$

Relativistisch exakt und damit relevant für den von EDDA vermessenen Energiebereich gilt die Beziehung (s.Abb. 2.1)

$$\tan \theta_{\text{lab},1} \tan \theta_{\text{lab},2} = \frac{1}{\gamma^2}. \quad (2.3)$$

Hierbei ist γ der Lorentzfaktor des Schwerpunktsystemes.

¹Hier und im folgenden werden Variable im Schwerpunktsystem mit dem Index „c.m.“ (z.B. $\theta_{\text{c.m.}}$) gekennzeichnet oder ohne Index geschrieben, Größen im Laborsystem hingegen immer mit dem Index „lab“ (z.B. θ_{lab}) gekennzeichnet.

2. Theoretische Grundlagen

Im Schwerpunktsystem gilt dagegen immer die einfache Beziehung (s.Abb. 2.1)

$$\theta_{c.m.,1} + \theta_{c.m.,2} = 180^\circ . \quad (2.4)$$

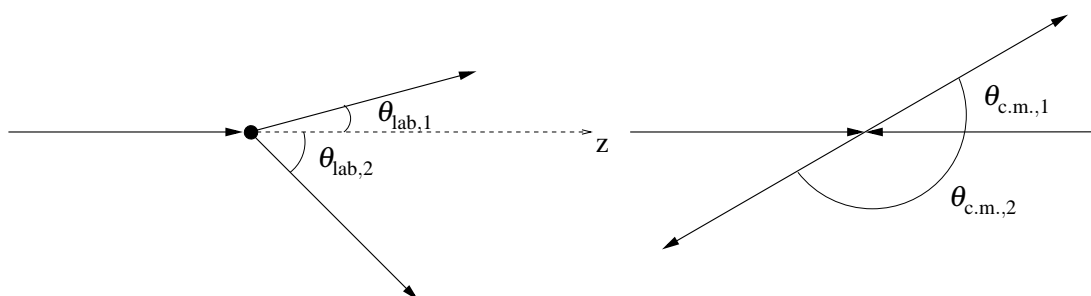


Abbildung 2.1.: Trajektorien der Streupartner im Laborsystem (links, für den Fall eines ruhenden Targets) und im c.m.-System (rechts)

Anschaulich bedeutet (2.3), daß der Öffnungswinkel der Ejektiltrajektorien mit steigender kinetischer Strahlenergie kleiner wird.

Für die elastische Streuung folgt aus Energie- und Impulserhaltung, daß die Trajektorien des Projektils und die der Ejektile in einer Ebene liegen, der *Streuebene*. Die Bezeichnungen der Koordinaten im Labor- und im Streusystem wird in Abb. 2.2 verdeutlicht. Die Koordinatenbezeichnungen (S, N, L) im Streusystem folgen der *Argonne-Notation*, während die *Madison-Konvention* die Indizierung (x, y, z) verwendet. Details dazu werden in Abschnitt 2.2.5 behandelt.

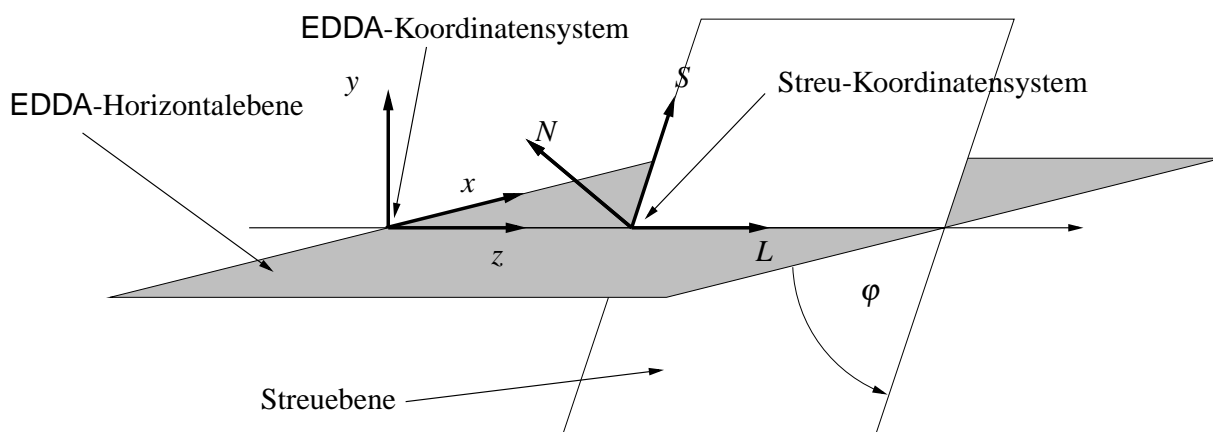


Abbildung 2.2.: Streuebene und relative Lage des Koordinatensystems (S, N, L) zum Koordinatensystem (x, y, z) des EDDA-Detektors

2.2.2. Streuung unpolarisierter Protonen

Die elastische Streuung unpolarisierter Teilchen kann im stationären Bild beschrieben werden [CCTL77, Kap.VIII, S.903-915]. Es handelt sich hierbei um die Beschreibung der Streuung eines Teilchens an einem Potential. Das System wird beschrieben durch die stationäre Schrödingergleichung

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta + V(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}) . \quad (2.5)$$

Die dieser Beschreibung zugrundeliegenden Annahmen sind folgende:

- Die Streupartner sind Teilchen ohne Spin.
- Mehrfachstreuung kann ausgeschlossen werden (praktische Forderung: hinreichend dünnes Target).
- Interferenzen zwischen den Wellenfunktionen verschiedener gestreuter Teilchen können ausgeschlossen werden, d.h., die Ausdehnung der einzelnen Wellenpakete ist klein gegenüber den Teilchenabständen, so daß keine Kohärenz vorliegt.
- Das Potential V zwischen den beiden Streupartnern an den Orten \vec{r}_1 und \vec{r}_2 wird beschrieben durch eine Funktion $V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$, hängt also nur von der relativen Lage der Teilchen zueinander ab.
- Das Potential fällt „schnell“ ab, d.h., für $|\vec{r}| \rightarrow \infty$ gilt $V(\vec{r}) < \text{const.} \cdot \frac{1}{|\vec{r}|}$, so daß im Grenzfall für $|\vec{r}| \rightarrow \infty$ praktisch die freie Schrödingergleichung gilt.

Der einfallende Teilchenstrom wird beschrieben durch ein ebenes Wellenpaket $\psi_\alpha(\vec{r}) = e^{-ikx}$, der gestreute asymptotisch durch ein Kugelwellenpaket $\psi_\beta(\vec{r}) = f_k(\theta) \frac{e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}}{|\vec{r}|}$ für $r \rightarrow \infty$ (Abb. 2.3), so daß asymptotisch für die durch einen Faktor A normierte Gesamtwellenfunktion gilt

$$\psi(\vec{r}) = A \left[e^{-ikx} + f_k(\theta) \frac{e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}}{|\vec{r}|} \right] . \quad (2.6)$$

$f_k(\theta)$ ist die Streuamplitude, die mit dem differentiellen Streuwirkungsquerschnitt folgendermaßen zusammenhängt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = |f_k(\theta)|^2 \quad (2.7)$$

2.2.3. Die S-Matrix

Die formale Beschreibung des Streuprozesses geschieht über die zeitabhängige Schrödingergleichung

$$i \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = (H_0 + H_{WW}) |\psi(t)\rangle = H |\psi(t)\rangle . \quad (2.8)$$

2. Theoretische Grundlagen

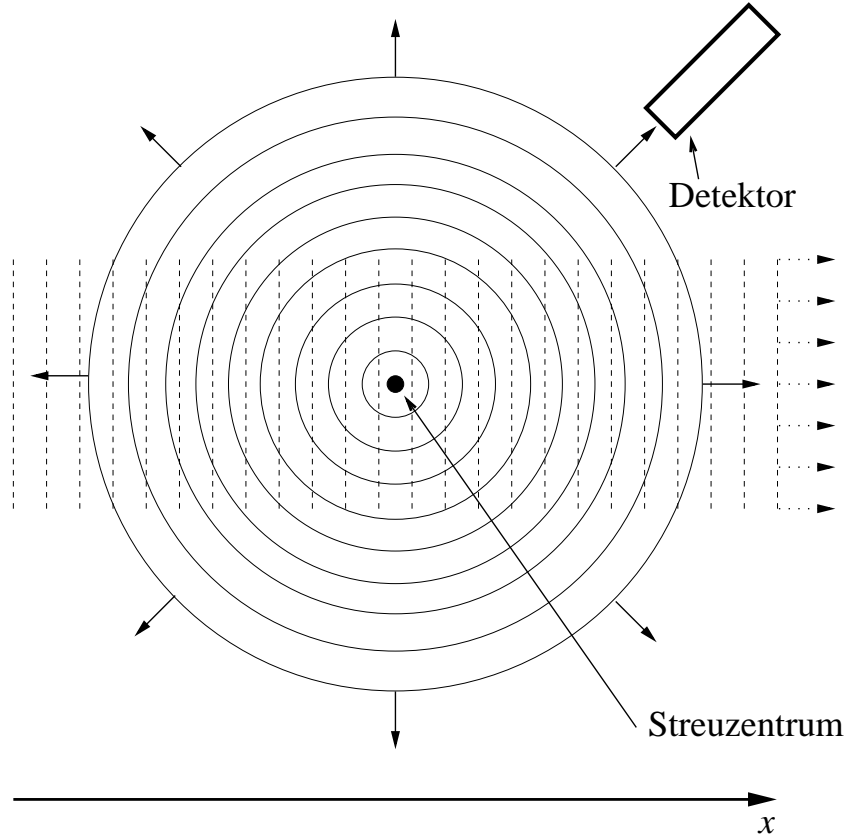


Abbildung 2.3.: Elastische Streuung im stationären Bild

Der Hamiltonoperator H des Streuprozesses wird hierbei aufgespalten in den Hamiltonoperator H_0 des freien 2-Teilchen-Systemes und den Hamiltonoperator der Wechselwirkung H_{WW} . Dieser Ansatz wird gemacht, wenn die Wechselwirkung zwischen den Streupartnern hinreichend kurzreichweitig ist, so daß der Streuprozess in drei Phasen unterteilt werden kann:

- Für $t \rightarrow -\infty$ ist das System nur durch H_0 bestimmt, also durch die freie Schrödingergleichung. Der Zustand, in dem es sich befindet, wird beschrieben durch

$$|\psi_i\rangle = |\psi(t \rightarrow -\infty)\rangle. \quad (2.9)$$

- Haben sich die Streupartner hinreichend angenähert, findet die Wechselwirkung statt, die durch H_{WW} beschrieben wird.
- Für $t \rightarrow +\infty$ ist das System wieder nur durch H_0 bestimmt. Der Zustand, in dem es sich dann befindet, wird beschrieben durch

$$|\psi_f\rangle = |\psi(t \rightarrow +\infty)\rangle. \quad (2.10)$$

Die Wellenfunktionen können nach den Lösungen $|u_a^0\rangle$ der freien Schrödingergleichung entwickelt werden. Die zeitliche Entwicklung der Zustände im Schrödingerbild wird dann beschrieben durch [Fic88]

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} |\psi(t)\rangle = \int c(a) e^{-\frac{i}{\hbar} E_a t} |u_a^0\rangle da \quad (2.11)$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} |\psi(t)\rangle = \int \hat{c}(a) e^{-\frac{i}{\hbar} E_a t} |u_a^0\rangle da . \quad (2.12)$$

Dabei ist $|u_a^0\rangle$ die Lösung zum Eigenwert E_a .

Beim Übergang ins *Wechselwirkungsbild* erhält man mit

$$|\psi^W(t)\rangle = e^{\frac{i}{\hbar} H_0 t} |\psi(t)\rangle \quad (2.13)$$

die zeitunabhängigen Zustände

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} |\psi^W(t)\rangle = \int c(a) |u_a^0\rangle da \quad (2.14)$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} |\psi^W(t)\rangle = \int \hat{c}(a) |u_a^0\rangle da . \quad (2.15)$$

Im Wechselwirkungsbild gilt mit dem Zeitentwicklungsoperator $C^W(t, t_0)$

$$|\psi^W(t)\rangle = C^W(t, t_0) |\psi^W(t_0)\rangle . \quad (2.16)$$

Dabei ist

$$C^W(t, t_0) = e^{+\frac{i}{\hbar} H_0 t} e^{-\frac{i}{\hbar} H(t-t_0)} e^{-\frac{i}{\hbar} H_0 t_0} . \quad (2.17)$$

Der Streuoperator S charakterisiert den Streuprozess, indem er den Übergang von $|\psi(t \rightarrow -\infty)\rangle$ nach $|\psi(t \rightarrow +\infty)\rangle$ beschreibt:

$$|\psi_f\rangle = S |\psi_i\rangle \quad (2.18)$$

Über eine Entwicklung dieses Operators nach einer vollständigen Basis des Zustandsraumes \mathcal{H} des Systemes ergibt sich die S -Matrix, die $c(a)$ in $\hat{c}(a)$ überführt:

$$\hat{c}(a) = \int_{a'} S(a, a') c(a') da' \quad (2.19)$$

Für die Elemente von S gilt dabei

$$S(a, a') = \lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ t_0 \rightarrow -\infty}} \langle u_a^0 | C^W(t, t_0) | u_{a'}^0 \rangle \quad (2.20)$$

2. Theoretische Grundlagen

2.2.4. Die T -Matrix und die M -Matrix

Der Zusammenhang zwischen den Lösungen $|\psi_i(t \rightarrow -\infty)\rangle$ der freien Schrödingergleichung und $|\psi(t)\rangle$ für beliebige Zeiten t wird im Schrödingerbild durch den Zeitentwicklungsoperator gegeben. Auf die Basiszustände $|u_a^0\rangle$ angewandt bedeutet dies

$$|u(t)\rangle = \lim_{t_0 \rightarrow -\infty} e^{-\frac{i}{\hbar} H(t-t_0)} |u_a^0\rangle . \quad (2.21)$$

Es werden Zustände $|u_a^\pm\rangle$ der Form

$$|u_a^\pm\rangle = \frac{i\varepsilon}{E_a^0 - H \pm i\varepsilon} |u_a^0\rangle \quad (2.22)$$

betrachtet. Diese sind Eigenzustände des Gesamt-Hamiltonoperators H aus (2.8) mit den Eigenwerten E_a^0 des freien Hamiltonoperators H_0 . Damit schreibt sich $|u(t)\rangle$ als:

$$|u(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar} E_a^0 t} |u_a^+\rangle . \quad (2.23)$$

Für S gibt es mit den asymptotischen Zuständen aus (2.22) die Darstellung

$$S(a, a') = \langle u_a^- | u_{a'}^+ \rangle . \quad (2.24)$$

Weiterhin definiert man – mit H_{WW} aus (2.8) – die Transfermatrix T über

$$T(a, a') = \langle u_a^0 | H_{WW} | u_{a'}^+ \rangle . \quad (2.25)$$

Die folgende *Grundformel der Streutheorie* verknüpft S - und T -Matrix:

$$S(a, a') = \delta(a - a') - 2\pi i \delta(E_a^0 - E_{a'}^0) T(a, a') \quad (2.26)$$

Ihre Bedeutung liegt darin, daß S in zwei Teile aufgespalten wird. Der erste repräsentiert die durchgehende, ungestreute Welle. Der zweite Term, der das T -Matrix-Element enthält, beschreibt die eigentlichen durch die Wechselwirkung H_{WW} verursachten Übergänge, entsprechend der Beziehung (2.25).

In der Impulsdarstellung wird ersichtlich, daß die T -Matrix-Elemente direkt mit den Streuamplituden $f(\vec{k}', \vec{k})$ verknüpft sind:

$$f(\vec{k}', \vec{k}) = \frac{2\pi}{\hbar k} T(\vec{k}', \vec{k}) \quad (2.27)$$

Die Amplitudenmatrix M ist demgemäß definiert als

$$M = \frac{2\pi}{\hbar k} T . \quad (2.28)$$

2.2.5. Streuung polarisierter Protonen

Die Streuung von Teilchen mit Spin bzw. polarisierter Teilchenensembles verlangt die Berücksichtigung der zusätzlichen Spinfreiheitsgrade. Mit Blick auf das EDDA-Experiment wird hier der Formalismus für den Fall zweier Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen beschrieben.

Beschreibung von Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen

Die quantenmechanische Beschreibung des Spins [CCTL77, Kapitel IX B] wird realisiert durch den Spinoperator

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

mit den Pauli-Matrizen

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.30)$$

Der durch diesen Operator definierte Zustandsraum ist zweidimensional. Die Eigenwertgleichungen für die beiden Basisvektoren $|+\rangle$ und $|-\rangle$ lauten

$$\begin{aligned} \vec{S}^2 |\pm\rangle &= \frac{3}{4} \hbar^2 |\pm\rangle \\ S_z |\pm\rangle &= \pm \frac{1}{2} \hbar |\pm\rangle. \end{aligned}$$

Die durch $|+\rangle$ und $|-\rangle$ repräsentierten Zustände werden in Anlehnung an die räumliche Vorstellung in einem Koordinatensystem mit vertikaler z -Achse auch als *up* und *down* bezeichnet. Für den Spinoperator \vec{S} und seine Komponenten gilt

$$[S_i, \vec{S}^2] = 0, \quad i = x, y, z \quad (2.31)$$

$$[S_i, S_j] \neq 0 \text{ für } i \neq j. \quad (2.32)$$

Gleichzeitig scharf meßbar sind also jeweils nur eine Spinkomponente S_i und S^2 – die Wahl der Vorzugsachse ist hierbei willkürlich – während die gleichzeitige scharfe Messung zweier verschiedener Spinkomponenten wegen (2.32) durch das Unschärfeprinzip ausgeschlossen ist.

Ein allgemeiner Spinzustand $|\chi\rangle$ wird beschrieben durch eine Superposition der beiden Basisvektoren:

$$|\chi\rangle = c_+ |+\rangle + c_- |-\rangle, \quad |c_+|^2 + |c_-|^2 = 1 \quad (2.33)$$

2. Theoretische Grundlagen

Um den Formalismus für Messungen zu erweitern, ist es notwendig, Teilchenensembles zu betrachten. Diese sind im allgemeinen nicht in einem reinen Zustand präpariert, so daß das Ensemble statistisch beschrieben werden muß, und zwar durch den *Dichteoperator* ρ , der für ein quantenmechanisches System, dessen Zustandsraum \mathcal{H} durch die Basis $|\Psi_1\rangle, |\Psi_2\rangle, \dots, |\Psi_n\rangle$ aufgespannt wird, definiert ist als

$$\rho = \sum_{i=1}^n p_i |\Psi_i\rangle \langle \Psi_i|. \quad (2.34)$$

p_i ist dabei die Wahrscheinlichkeit, daß sich das System im Zustand $|\Psi_i\rangle$ befindet. Befindet sich ein System im durch ρ beschriebenen Zustand, so lautet der Erwartungswert eines in \mathcal{H} definierten Operators H in diesem System

$$\langle H \rangle_\rho = \mathbf{Sp}(H\rho). \quad (2.35)$$

Mit den Koeffizienten aus 2.33 lautet ρ für ein Spin- $\frac{1}{2}$ -System

$$\rho_{\text{spin}} = \begin{pmatrix} |c_+|^2 & c_+ c_-^* \\ c_+^* c_- & |c_-|^2 \end{pmatrix}. \quad (2.36)$$

Die Polarisation eines Spin- $\frac{1}{2}$ -Systems wird im Dichteoperatorformalismus definiert als

$$\vec{P} = \langle \vec{\sigma} \rangle = \mathbf{Sp}(\rho \vec{\sigma}), \text{ wobei } -1 \leq |\vec{P}| \leq 1. \quad (2.37)$$

Für ein Ensemble von N Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen, von dem sich N_+ Teilchen im Zustand $|+\rangle$ und N_- Teilchen im Zustand $|-\rangle$ befinden, gilt

$$P = |\vec{P}| = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}. \quad (2.38)$$

Observable der Streuung polarisierter Teilchen

Zur Beschreibung der Geometrie des Streuprozesses existiert eine Vielzahl äquivalenter Konventionen. Hierbei kommt der Beschreibung gemäß der Argonne-Konvention [BSL80] eine besondere Rolle zu. Weitere vielfach verwendete Bezeichnungen sind die nach der Madison-Konvention [BH70] und nach der Saclay-Konvention [BLW78].

Die Argonne-Konvention, welche im Rahmen des EDDA-Experimentes angewandt wird, definiert für jedes Teilchen ein eigenes Koordinatensystem (S, N, L) , dessen L -Achse durch den Impuls des Teilchens vorgegeben wird. Den Koordinatensystemen aller Teilchen gemeinsam ist die N -Achse als Normale zur Streuebene (s. Abb. 2.2).

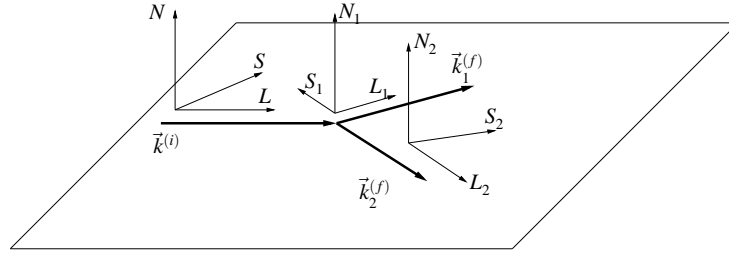


Abbildung 2.4.: Koordinatensysteme für Projektil und Ejektile nach der Argonne-Konvention

Es gilt für die Basisvektoren

$$\begin{aligned}
 \vec{e}_L &= \frac{\vec{k}_i}{|\vec{k}_i|} \\
 \vec{e}_N &= \frac{\vec{k}_i \times \vec{k}_f}{|\vec{k}_i \times \vec{k}_f|} \\
 \vec{e}_S &= \vec{e}_N \times \vec{e}_L .
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

Im folgenden wird der Formalismus für ein allgemeines Polarisationsexperiment des Typs

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

erläutert.

Der Zustandsraum H zweier Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen ist das direkte Produkt $H_1 \otimes H_2$ der Zustandsräume der einzelnen Teilchen, für den eine Basis gebildet wird durch

$$|++\rangle = |+\rangle |+\rangle, |+-\rangle = |+\rangle |-\rangle, |-+\rangle = |-\rangle |+\rangle, |--\rangle = |-\rangle |-\rangle. \tag{2.40}$$

Also ist die Dichtematrix ρ , die dieses Zweiteilchensystem beschreibt, in Erweiterung von (2.36) eine 4×4 -Matrix. Auf diesem Raum wirkende Operatoren sind ebenfalls darstellbar durch 4×4 -Matrizen.

Die Amplitudenmatrix M überführt die Dichtematrix ρ_i des Eingangszustandes in die Dichtematrix ρ_f des Ausgangszustandes:

$$\rho_f = M \rho_i M^\dagger \tag{2.41}$$

Alle Operatoren aus $H = H_1 \otimes H_2$ lassen sich nach direkten Produkten σ_{ij} der Pauli-Matrizen (2.30) und der Einheitsmatrix σ_0 entwickeln [Con94]:

$$\sigma_{ij} = \sigma_i \otimes \sigma_j \tag{2.42}$$

2. Theoretische Grundlagen

Dabei ist beispielsweise

$$\sigma_x \otimes \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_y \\ \sigma_y & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.43)$$

Die M -Matrix wird damit dargestellt als [Con93, S.23]

$$M(\theta_{\text{c.m.}}) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 M_{ij} \sigma_{ij}. \quad (2.44)$$

Die Matrixelemente (*Amplituden*) hängen dabei im allgemeinen von der Einschußenergie und vom Winkel θ zwischen den Impulsen der einfallenden und der gestreuten Teilchen ab (Abb. 2.1, rechts). Je nach Wahl der Basis erhält man Entwicklungen von M nach verschiedenen Amplituden [BLW78]. Genannt seien hier die Parametrisierungen nach Hoshizaki [Hos68], Wolfenstein [WA52] und der Helizitätsformalismus nach Jacob und Wick [JW59]. Eine besondere Rolle kommt für die vorliegende Arbeit den Amplituden nach Arndt-Roper [A⁺83a] zu, da die EDDA-Daten in die Streuphasenanalysen der entsprechenden Arbeitsgruppe eingehen. In Abschnitt 2.3 werden diese Amplituden im Zusammenhang mit Streuphasenanalysen beschrieben.

Die verschiedenen Parametrisierungen können in eindeutiger Weise ineinander umgerechnet werden. Die Wahl der speziellen Parametrisierung hängt von der jeweiligen physikalischen Problemstellung ab.

Fundamentale Symmetrien reduzieren die Anzahl unabhängiger Amplituden von 16 auf 5 [BLW78]. Diese Symmetrien sind Zeitumkehrvarianz, Invarianz gegenüber Paritätstransformationen und das verallgemeinerte Pauliprinzip. Hier werden die Helizitätsamplituden nach Jacob und Wick gezeigt.

$$\begin{aligned} \Phi_1 &\equiv \langle ++ | M | ++ \rangle = \langle -- | M | -- \rangle \\ \Phi_2 &\equiv \langle ++ | M | -- \rangle = \langle -- | M | ++ \rangle \\ \Phi_3 &\equiv \langle +- | M | +- \rangle = \langle -+ | M | -+ \rangle \\ \Phi_4 &\equiv \langle +- | M | -+ \rangle = \langle -+ | M | +- \rangle \\ \Phi_5 &\equiv \langle ++ | M | +- \rangle = \langle -- | M | -+ \rangle = \langle -+ | M | -- \rangle = \langle +- | M | -- \rangle \\ &= \langle +- | M | ++ \rangle = \langle -+ | M | ++ \rangle \\ &= \langle ++ | M | -+ \rangle = \langle -- | M | +- \rangle \end{aligned} \quad (2.45)$$

Polarisationsobservable für die betrachteten Streuexperimente werden allgemein bezeichnet mit

$$X_{ijkl}. \quad (2.46)$$

Die Indizes² bezeichnen dabei:

i	Polarisation Projektil	k	Polarisation vorwärtsgestreutes Ejektil
j	Polarisation Target	l	Polarisation rückwärtsgestreutes Ejektil

Für ein vollständiges Experiment liegen also 4 Polarisationsindizes, 2 im Eingangs- und 2 im Ausgangskanal, vor. Jeder dieser Indizes kann die Werte $(S, N, L, 0)$ annehmen. Wird eine der indizierten Polarisationsrichtungen nicht beobachtet, so ist der zugehörige Index 0. Damit erhält man $4^4 = 256$ mögliche Observable. Ähnlich wie für die Einträge der Amplitudenmatrix, wird durch die fundamentalen Symmetrien Paritätserhaltung, Zeitumkehrinvarianz und das verallgemeinerte Pauliprinzip die Zahl der linear unabhängigen Observablen reduziert, hier auf 25.

Mit der M -Matrix schreiben sich die Polarisationsobservablen allgemein als [BLW78]

$$X_{ijkl} = \frac{\text{Sp}(\sigma_{kl} M \sigma_{ij} M^\dagger)}{\text{Sp}(MM^\dagger)}. \quad (2.47)$$

Der Nenner von (2.47) entspricht bis auf einen Normierungsfaktor dem Wirkungsquerschnitt der unpolarisierten Streuung:

$$\frac{1}{4} X_{0000} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_0 \quad (2.48)$$

Im weiteren wird nur die Polarisation der Teilchen im Eingangskanal bestimmt, also der für das EDDA-Experiment relevante Fall betrachtet. Die Beschreibung eines Experimentes mit Messung von Polarisation im Ausgangskanal würde die Betrachtung entsprechend indizierter Polarisationsobservabler erfordern. An der grundsätzlichen Struktur der folgenden Beziehungen würde sich nichts ändern. Im folgenden werden folgende Koordinatenbezeichnungen verwendet: (x, y, z) für die raumfesten Laborkoordinaten (EDDA-Koordinaten)³ und (S, N, L) für die Koordinaten des individuellen Streuprozesses. Weiterhin wird σ abkürzend geschrieben für $\frac{d\sigma}{d\Omega}$. Für den Zusammenhang des „polarisierten“ und des „unpolarisierten“⁴ Wirkungsquerschnittes gilt

$$\begin{aligned} \frac{\sigma}{\sigma_0}(\theta) = & 1 + P_N A_N(\theta) + Q_N A_N(\theta) \\ & + P_N Q_N A_{NN}(\theta) + P_S Q_S A_{SS}(\theta) + P_L Q_L A_{LL}(\theta) \\ & + (P_S Q_L + P_L Q_S) A_{SL}(\theta). \end{aligned} \quad (2.49)$$

Dabei ist $\vec{P} = (P_S, P_N, P_L)$ der Polarisationsvektor der Projektil-, $\vec{Q} = (Q_S, Q_N, Q_L)$ der Polarisationsvektor der Targetteilchen.

²Weitverbreitet ist – auch in deutschsprachigen Texten – die Entsprechung $(i, j; k, l) \hat{=}$ (beam, target; scattered, recoil).

³In der Literatur wird eine Vielfalt verschiedener Bezeichnungen für die betreffenden Koordinatensysteme verwendet, was naturgemäß verwirrend sein kann. Die hier gewählten Bezeichnungen entsprechen dem Gebrauch, der sich in der EDDA-Kollaboration eingebürgert hat.

⁴Diese etwas unsauberen Bezeichnungen sind allgemein verbreitet. Genauer hieße es: σ ist der Wirkungsquerschnitt, wenn Polarisation vorliegt, σ_0 derjenige, wenn keine Polarisation vorliegt.

2. Theoretische Grundlagen

Der Zusammenhang der in (2.49) eingehenden Polarisationsobservablen mit der M -Matrix gemäß (2.47) wird in der folgenden tabellarischen Übersicht verdeutlicht:

Argonne – Notation	Bystricky[BLW78]	M – Matrix – Erwartungswert
A_N	X_{00n0}, X_{000n}	$\frac{\text{Sp}(M\sigma_{y0}M^\dagger)}{\text{Sp}(MM^\dagger)}, \frac{\text{Sp}(M\sigma_{0y}M^\dagger)}{\text{Sp}(MM^\dagger)}$
A_{NN}	X_{00nn}	$\frac{\text{Sp}(M\sigma_{yy}M^\dagger)}{\text{Sp}(MM^\dagger)}$
A_{SS}	X_{00ss}	$\frac{\text{Sp}(M\sigma_{xx}M^\dagger)}{\text{Sp}(MM^\dagger)}$
A_{LL}	X_{00kk}	$\frac{\text{Sp}(M\sigma_{zz}M^\dagger)}{\text{Sp}(MM^\dagger)}$
A_{SL}, A_{LS}	X_{00sk}, X_{00ks}	$\frac{\text{Sp}(M\sigma_{xz}M^\dagger)}{\text{Sp}(MM^\dagger)}, \frac{\text{Sp}(M\sigma_{zx}M^\dagger)}{\text{Sp}(MM^\dagger)}$

(2.50)

Als Bezeichnungen haben sich für die einfach indizierte Größe A_N *Analysierstärke* und für die doppelt indizierten Größen A_{NN}, A_{SS}, A_{LL} und A_{SL} *Spinkorrelationsparameter* eingebürgert.

Bei Messungen in einem ortsfesten Koordinatensystem werden Zählraten unter verschiedenen Polar- und Azimuthwinkeln aufgenommen. Um diese zu interpretieren, wird (2.49) in das Laborsystem (x, y, z) transformiert. Diese Operation liefert für einen in y -Richtung polarisierten Protonenstrahl (φ ist der Azimuthwinkel, siehe Abb. 2.2)

$$\begin{aligned} P_N &= P_y \cos \varphi \\ P_S &= P_y \sin \varphi \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$P_L = 0. \quad (2.52)$$

Für ein in x -, y - und z - Richtung polarisiertes Target gilt

$$\begin{aligned} Q_N &= Q_y \cos \varphi - Q_x \sin \varphi \\ Q_S &= Q_y \sin \varphi + Q_x \cos \varphi \\ Q_L &= Q_z. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Mit (2.51) und (2.53) folgt dann

$$\begin{aligned} \frac{\sigma(\theta, \varphi)}{\sigma_0(\theta)} &= 1 + A_N(\theta) [(P_y + Q_y) \cos \varphi - Q_x \sin \varphi] \\ &+ A_{NN}(\theta) [P_y Q_y \cos^2 \varphi - P_y Q_x \sin \varphi \cos \varphi] \\ &+ A_{SS}(\theta) [P_y Q_y \sin^2 \varphi + P_y Q_x \sin \varphi \cos \varphi] \\ &+ A_{SL}(\theta) [P_y Q_z \sin \varphi]. \end{aligned} \quad (2.54)$$

D.h., durch die Spinabhängigkeit der starken Wechselwirkung wird für die Streuung eines polarisierten Protonenstrahls an einem polarisierten Protonentarget der differentielle Wirkungsquerschnitt der unpolarisierten Streuung gemäß (2.54) moduliert.

Für den Fall eines unpolarisierten Strahls und eines in y -Richtung polarisierten Targets vereinfacht sich (2.54) zu

$$\frac{\sigma(\theta, \varphi)}{\sigma_0(\theta)} = 1 + A_N(\theta) Q_y \cos \varphi . \quad (2.55)$$

2.3. Streuphasenanalysen

Ergebnisse von Streuexperimenten gehen in weiterführende Betrachtungen zumeist in Form von Streuphasen ein, weshalb hier ein kurzer Überblick über Streuphasenanalysen – auch genannt *PSA* von englisch *Phase Shift Analysis* – gegeben wird.

Für zentralsymmetrische Potentiale kann der zugehörige Hamiltonoperator in einen Radial- und in einen Winkelanteil separiert werden. Der Einfluß des Potentials manifestiert sich allein in der speziellen Form des Radialanteils, während der Winkelanteil für jedes Zentralpotential gleich ist. Die Eigenfunktionen des Winkelanteils können direkt auf Eigenfunktionen des Drehimpulsoperators \mathcal{L} zurückgeführt werden. Eine natürliche Basis für die Lösungen von Streuproblemen mit Zentralpotential sind also diese Eigenfunktionen. Diese sind die Kugelflächenfunktionen $Y_l^m(\theta, \phi)$.

Jede Eigenfunktion von \mathcal{L} trägt einen Gesamtdrehimpuls J und eine Parität π , kombiniert schreibt man kurz J^π . Die starke Wechselwirkung erhält beide Größen, so daß der Streuprozeß für jeden Zustand J^π – man spricht hierbei auch von einem *Kanal* – getrennt betrachtet werden kann.

Grundsätzlich gehen unendlich viele Zustände in die Entwicklung der Zustände nach Eigenfunktionen von \mathcal{L} ein, allerdings erlaubt das Korrespondenzprinzip eine Einschränkung der Anzahl der betrachteten Partialwellen, und zwar über den klassischen Stoßparameter b , dem Abstand der Streupartner voneinander. Einer Partialwelle mit dem Bahndrehimpuls l entspricht bei einem Schwerpunktimpuls von $p_{c.m.}$ im halbklassischen Bild ein Stoßparameter b gemäß der Beziehung

$$bp_{c.m.} = \hbar l . \quad (2.56)$$

Identifiziert man den Maximalwert von b mit der Reichweite der Wechselwirkung, so kann über diese Beziehung für ein gegebenes $p_{c.m.}$ ein maximales l , d.h., eine endliche Anzahl zu berücksichtigender Eigenfunktionen von \mathcal{L} gefunden werden.

Für eine ebene freie Welle gilt mit den sphärischen Besselfunktionen j_l und den Legendre-Polynomen P_l die Entwicklung

$$e^{ikz} = \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{4\pi(2l+1)} j_l(kr) Y_l^0 \quad (2.57)$$

$$= \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) j_l(kr) P_l(\cos \theta) . \quad (2.58)$$

2. Theoretische Grundlagen

Im Grenzfall unendlich großer Abstände ($r \rightarrow \infty$) konvergiert (2.58) gegen

$$e^{ikz} = \sum_{l=0}^{\infty} i^l \frac{2l+1}{kr} \sin(kr - l\frac{\pi}{2}) P_l(\cos \theta) . \quad (2.59)$$

Wenn man die Coulombwechselwirkung vernachlässigt, gilt für die Streuamplitude [LL01]

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (e^{2i\delta_l} - 1) P_l(\cos \theta) . \quad (2.60)$$

Der Streuprozess wird also eindeutig durch einen Satz von Streuphasen (δ_l) beschrieben. Mit diesen Phasen lassen sich die Eigenwerte S_l der S -Matrix sowie die Eigenwerte T_l der T -Matrix direkt ausdrücken:

$$S_l = e^{2i\delta_l} \quad T_l = \frac{S_l - 1}{2i} = e^{i\delta_l} \sin \delta_l \quad (2.61)$$

Für die Streuung polarisierter Teilchen wird die Beschreibung durch die notwendige Berücksichtigung weiterer Freiheitsgrade komplexer, folgt jedoch den gleichen Prinzipien. Für einen Überblick dazu sei auf [A⁺83a] verwiesen. Hier werden die für ein Spin $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ -System relevanten Tatsachen kurz skizziert.

Die Kernkraft besitzt nichtzentrale spinabhängige Anteile. Diese resultieren in Spin-Spin und Spin-Bahn Wechselwirkung. Der Gesamtdrehimpuls \vec{J} ist eine Erhaltungsgröße unter der starken Wechselwirkung:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (2.62)$$

Hierbei ist \vec{S} der Gesamtspin der Nukleonen, also für zwei Protonen

$$\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2 . \quad (2.63)$$

Das heißt, daß es Singulett-Zustände mit $J = L$ und Triplettzustände mit $J = L - 1, L, L + 1$ gibt. Der Bahndrehimpuls L bestimmt die Parität π gemäß

$$\pi = (-1)^L . \quad (2.64)$$

	J^π													
L	0^+	0^-	1^+	1^-	2^+	2^-	3^+	3^-	4^+	4^-	5^+	5^-	6^+	6^-
$J-1$	—	—	—	—	—	3P_2	—	—	—	3F_4	—	—	—	3H_6
J	1S_0	—	—	3P_1	1D_2	—	—	3F_3	1G_4	—	—	3H_5	1I_6	—
$J+1$	—	3P_0	—	—	—	3F_2	—	—	—	3H_4	—	—	—	3J_6

Tabelle 2.2.: Mögliche Partialwellen für den Isospin-Kanal $I = 1$ der Nukleon-Nukleon-Streuung bis zur Ordnung $L = 6$ in spektroskopischer Notation $^{2S+1}L_J$

2.3. Streuphasenanalysen

Die Anzahl der möglichen Partialwellen wird durch das verallgemeinerte Pauli-Prinzip eingeschränkt. Dieses schließt zusätzlich zum Bahndrehimpuls und zum Gesamtspin den Isospin I mit ein. Es besagt, daß die Gesamtwellenfunktion antisymmetrisch gegenüber Vertauschung der Nukleonen ist, also

$$(-1)^{I+L+S} = -1 \quad (2.65)$$

gelten muß.

Im Isospinformatismus für zwei Nukleonen gibt es Isospin-Singulett-Zustände ($I = 0$) und Isospin-Triplett-Zustände ($I = 1$). Der Fall einer pp-Reaktion ist nur im Isospin-Triplett-Kanal möglich. Tabelle 2.2 gibt einen Überblick über die nach (2.65) möglichen Partialwellen.

Dem in (2.60) gezeigten Zusammenhang zwischen der Streuamplitude und den Partialwellen im unpolarisierten Fall entspricht im polarisierten Fall die Stapp-Parametrisierung der S -Matrix [SYM57] für jeden Gesamtdrehimpuls J :

$$S_J = \begin{pmatrix} S_J & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{JJ} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & S_{J^{+-}} \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

Die Einträge der Matrix beschreiben:

- S_J den Spin-Singulett-Zustand
- S_{JJ} den ungekoppelten Spin-Triplett-Zustand mit $L = J$
- die 2×2 -Submatrix S_{J^\pm} den gekoppelten Spin-Triplett-Zustand mit $L = J \pm 1$

Für S_{J^\pm} gilt dabei mit dem Mischungswinkel ε_j

$$S_{J^\pm} = \begin{pmatrix} S_{J^-} & S_{J^0} \\ S_{J^0} & S_{J^+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\delta_{J^-}} & 0 \\ 0 & e^{i\delta_{J^+}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos 2\varepsilon_j & -i \sin 2\varepsilon_j \\ -i \sin 2\varepsilon_j & \cos 2\varepsilon_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\delta_{J^-}} & 0 \\ 0 & e^{i\delta_{J^+}} \end{pmatrix}. \quad (2.67)$$

Die fünf Amplituden der Nukleon-Nukleon-Streuung (vgl. 2.45) lassen sich unter Berücksichtigung des Zusammenhanges $T = \frac{S-1}{2i}$ nach in Tabelle 2.2 aufgeführten Partialwellen entwickeln.

2. Theoretische Grundlagen

Die Amplituden nach Arndt-Roper [A⁺83a] werden damit dargestellt als

$$\begin{aligned}
 H_1 &= \sum_j (2j+1) T_j P_j \\
 H_2 &= \sum_j (2j+1) T_{jj} F_j + D_{j-} G_j \\
 H_3 &= \sum_j (2j+1) T_{jj} G_j + D_{j-} F_j \\
 H_4 &= \sum_j D_{j^0} G_j \sin \theta \\
 H_5 &= \sum_j D_{j^+} P_j .
 \end{aligned} \tag{2.68}$$

Für diese Beziehungen gilt mit den Legendre-Polynomen P_j und den assoziierten Legendre-Polynomen 1.Ordnung P_j^1

$$\begin{aligned}
 G_j(\theta) &= \frac{P_j^1(\cos \theta)}{j(j+1) \sin \theta} \\
 F_j(\theta) &= P_j(\cos \theta) - G_j \cos \theta \\
 D_{j-} &= (j+1) T_{j-} + j T_{j^+} - 2\sqrt{j(j+1)} T_{j^0} \\
 D_{j^0} &= j(j+1)(T_{j-} - T_{j^+}) + \sqrt{j(j+1)} T_{j^0} \\
 D_{j^+} &= j T_{j-} + (j+1) T_{j^+} + 2\sqrt{j(j+1)} T_{j^0} .
 \end{aligned} \tag{2.69}$$

Die Amplituden $H_1 \dots H_5$ stehen mit dem differentiellen Wirkungsquerschnitt, der Analysierstärke und den Spinkorrelationsparametern der elastischen pp-Streuung im Zusammenhang

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{k^2} (|H_1|^2 + |H_2|^2 + |H_3|^2 + 2|H_4|^2 + |H_5|^2) \\
 A_N \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{2}{k^2} \text{Im}[(H_3 + H_5)H_4^*] \\
 A_{SS} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{k^2} (-|H_1|^2 + |H_2|^2 - |H_3|^2 + |H_5|^2) \\
 A_{NN} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{k^2} (-|H_1|^2 - |H_2|^2 + |H_3|^2 + 2|H_4|^2 + |H_5|^2) \\
 A_{LL} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{k^2} (-|H_1|^2 + |H_2|^2 + |H_3|^2 - |H_5|^2) \\
 A_{SL} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{2}{k^2} \text{Re}[(H_3 - H_5)H_4^*] .
 \end{aligned} \tag{2.70}$$

Da diese Observablen bilineare Funktionen der fünf Amplituden sind, ist es nicht möglich, alleine aus ihrer Kenntnis die Amplituden eindeutig zu rekonstruieren. Für diese direkte Rekonstrukti-

2.3. Streuphasenanalysen

on der Streuamplituden⁵ ist die Kenntnis weiterer Observabler notwendig, die die Messung von Polarisation im Ausgangskanal bedingen (Polarisationstransferparameter, Depolarisationsparameter). Auf der Grundlage der existierenden Datenbasis der Nukleon-Nukleon-Streuung ist die eindeutige direkte Rekonstruktion der Streuamplituden bislang nur bei einigen diskreten Energien im Bereich von 0,5 bis 2,5 GeV möglich.

⁵In der Literatur oft als *DRSA* von englisch: *Direct Reconstruction of Scattering Amplitudes* bezeichnet.

2. *Theoretische Grundlagen*

3. Experimenteller Aufbau

3.1. Das Cooler-Synchrotron COSY

3.1.1. Strahlerzeugung

Das Cooler-Synchrotron COSY im Forschungszentrum Jülich ist ein Beschleuniger und Speicherring, in dem bis jetzt hauptsächlich unpolarisierte und polarisierte Protonenstrahlen beschleunigt wurden. Für einzelne Experimente wurden jedoch auch bereits Deuteronenstrahlen – sowohl unpolarisiert als auch vektor- und tensorpolarisiert – beschleunigt. Im weiteren wird auf Protonenstrahlen Bezug genommen. Die maximal erreichbare kinetische Strahlenergie dieses Beschleunigers beträgt für Protonen 2,5 GeV. Die Abbildung 3.2 zeigt einen Grundriß der Beschleunigeranlage, sowohl den Speicherring COSY selbst, als auch das Zyklotron JULIC, das zur Vorbeschleunigung der Protonen auf 40 MeV dient.

JULIC beschleunigt H^- -Ionen, die aus zwei Ionenquellen geliefert werden können. Zum einen ist dieses eine Quelle für unpolarisierte Ionenstrahlen, zum anderen eine solche für polarisierte. Die physikalischen Prinzipien der Polarisation des Protonenstrahls sind dabei die gleichen wie die in Abschnitt 3.2 erläuterten. Bei der Injektion in das COSY-Strahlrohr passieren die H^- -Ionen eine dünne Kohlenstoffolie, wobei sie ihre beiden Hüllenelektronen verlieren. Dieser Vorgang wird als *Stripping* bezeichnet.

3.1.2. Depolarisierende Resonanzen

Für Beschleunigerexperimente mit polarisierten Protonen müssen die *depolarisierenden Resonanzen* des Beschleunigers in Betracht gezogen werden [Leh97, für COSY]. Man unterscheidet hierbei zwischen den *Imperfektionsresonanzen* und den *intrinsischen Resonanzen*. Bei der Hochbeschleunigung in COSY bis zur maximalen Energie muß der Protonenstrahl fünf Imperfektionsresonanzen und neun intrinsische Resonanzen passieren (siehe Abb. 3.1). Die Wirkung einer depolarisierenden Resonanz hängt von ihrer Resonanzstärke ab.

Das Verhalten des Protonenspins in der Magnetoptik eines Beschleunigers wird grundlegend beschrieben durch die *Thomas-BMT-Gleichung* [BMT59].

Bei einer großen Resonanzstärke kommt es zu einem *Spinflip*, d.h., das Vorzeichen des Polarisations-

3. Experimenteller Aufbau

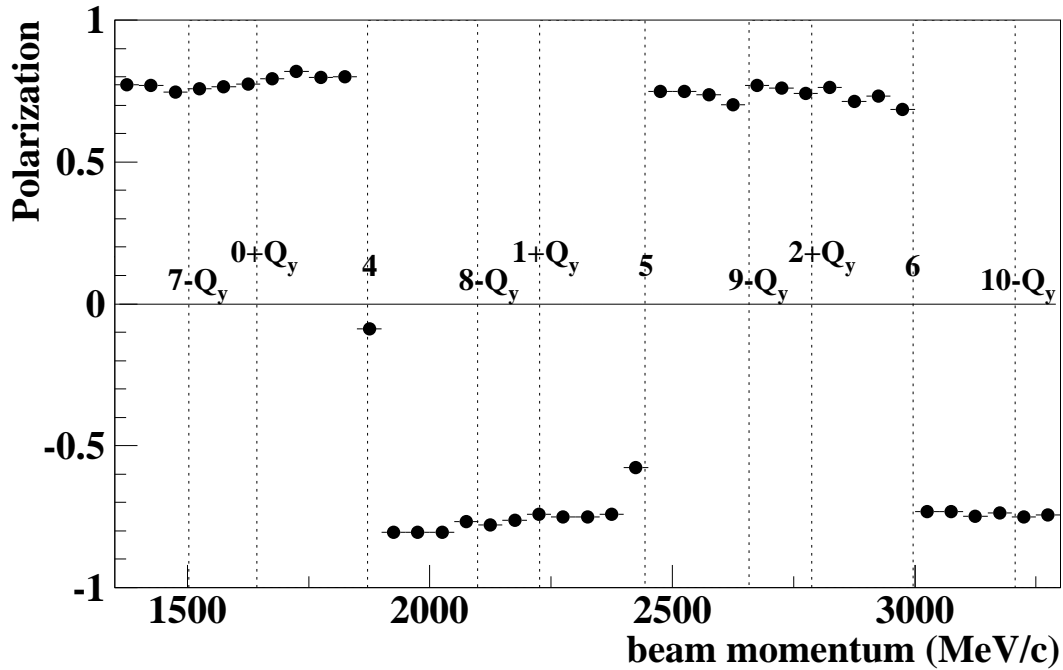


Abbildung 3.1.: Depolarisierende Resonanzen in COSY in Abhängigkeit vom Strahlimpuls [Hin]

tionsvektors kehrt sich um, aber der Betrag der Polarisation bleibt praktisch vollständig erhalten. Bei einer hinreichend geringen Resonanzstärke bleiben sowohl die Richtung als auch der Betrag des Polarisationsvektors erhalten.

Kritisch ist die Situation bei mittleren Resonanzstärken, die zu einer vollständigen Depolarisation des Strahls führen können. Daher ist es notwendig, den Beschleuniger so einzustellen, daß die Depolarisation des Strahls beim Hochbeschleunigen möglichst gering gehalten werden kann.

Die Imperfektionsresonanzen liegen bei Energien, bei denen die Anzahl der Larmorpräzessionen pro Umlauf ganzzahlig ist, d.h., wenn für ganze Zahlen N die Bedingung

$$\gamma G = N \quad (3.1)$$

erfüllt ist.

Dabei ist $\gamma G = \nu_s$ die Anzahl der Larmor-Präzessionen pro Umlauf (*Spin-Tune*) und $G = 1,7928$ die gyromagnetische Anomalie des Protons sowie γ der Lorentzfaktor.

Die intrinsischen Resonanzen treten auf, wenn für ganze Zahlen N gilt

$$\gamma G = NP \pm (Q_y - 2) . \quad (3.2)$$

Hierbei gibt Q_y die Zahl der vertikalen Betatron-Schwingungen pro Umlauf an (*Betatron-Tune*) und P ist die Superperiodizität des Beschleunigers.

3.1. Das Cooler-Synchrotron COSY

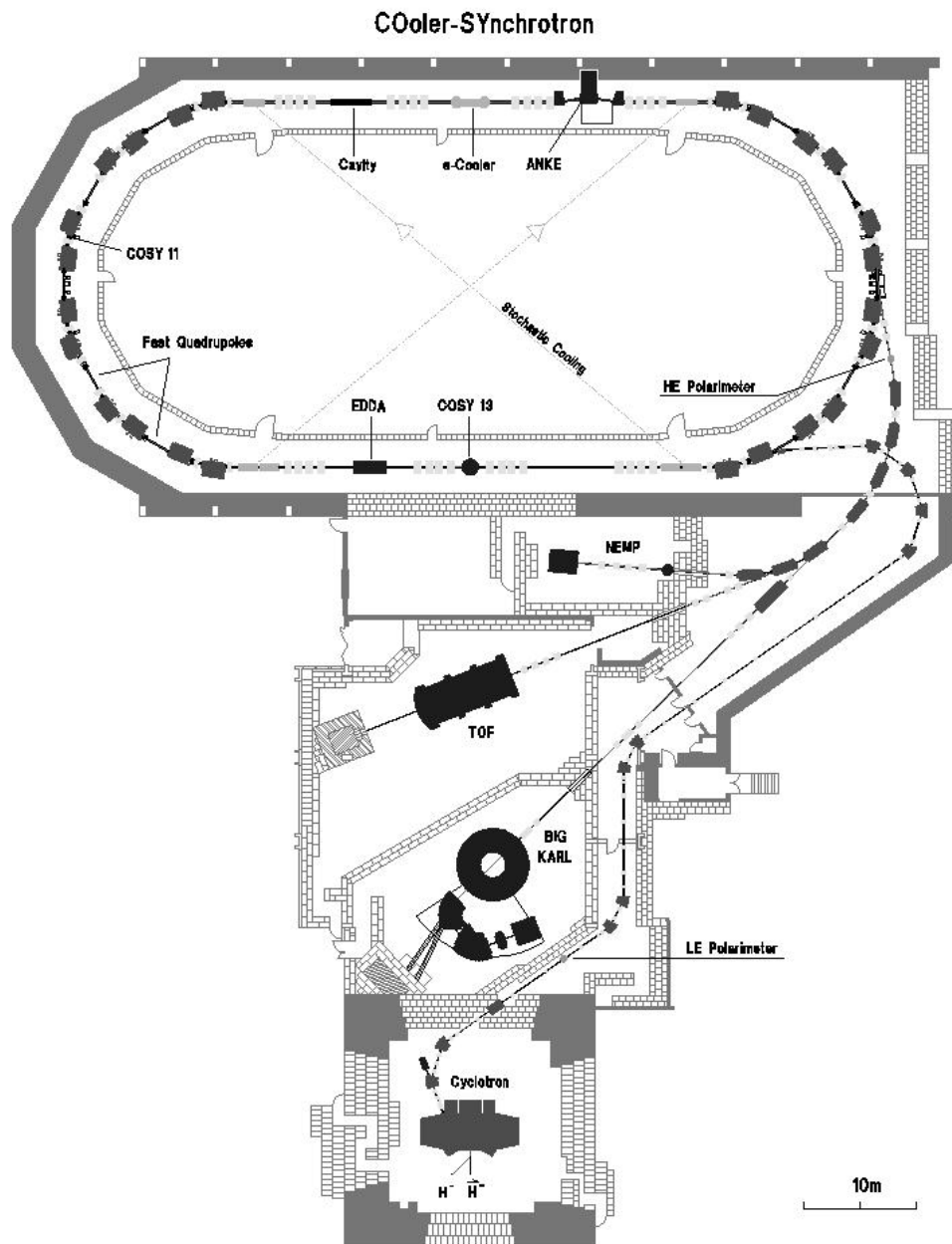


Abbildung 3.2.: Schema des Jülicher Cooler-Synchrotrons COSY mit dem internen EDDA-Detektor

3. Experimenteller Aufbau

3.2. Das Atomstrahltarget

Das Atomstrahltarget (ABT) wurde konzipiert und gebaut, um Spinobservable der Proton-Proton-Streuung in einem internen Experiment an COSY zu messen [Eve96, Fel98]. Es ist ein dichteoptimiertes Wasserstoffgastarget. Die Daten des bereitgestellten H-Strahles in der Reaktionszone sind: Durchmesser (FWHM) ≈ 12 mm, Flächendichte $\sigma \approx 1,5 - 2,0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Die maximal erreichte Polarisation des Targets liegt bei 90%. Unpolarisierter Untergrund reduziert jedoch die effektive Polarisation. Der rezirkulierende COSY-Strahl wird durch das Target nur unwesentlich geschwächt, so daß während eines gesamten Beschleunigerzyklus Daten genommen werden können.

Ein magnetisches Haltefeld erlaubt die Ausrichtung der Targetpolarisation Q in den Richtungen¹ $\pm x$, $\pm y$ und $\pm z$. Indem zyklusweise zwischen diesen Polarisationsrichtungen gewechselt wird, können die später in Abschnitt 4.1 und Abschnitt 4.2 besprochenen speziellen Verfahren der Datenanalyse für die Analysierstärken und Spinkorrelationsparameter angewandt werden.

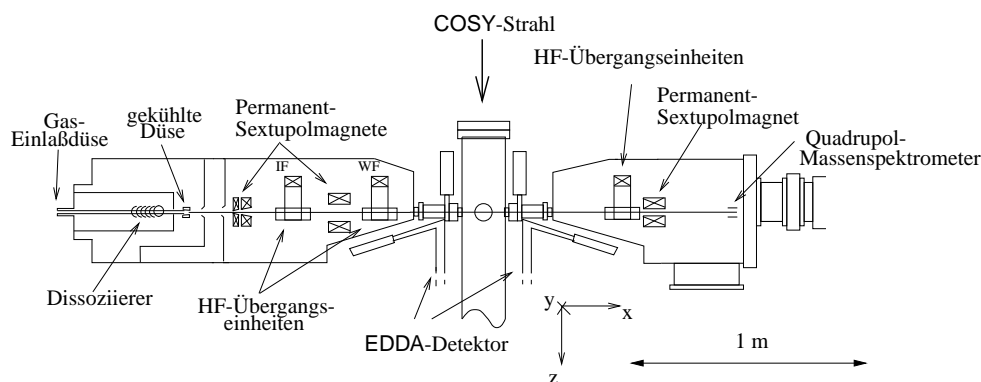


Abbildung 3.3.: Schema des Atomstrahltargets

Die Komponenten des ABT werden in Abb. 3.3 gezeigt. Zuerst wird molekularer Wasserstoff in einem Dissoziierer in H-Atome aufgespalten, die durch eine auf ca. 30 K gekühlte Düse in die Magnetfeldanordnung gelangen, in welcher der polarisierte Wasserstoffstrahl erzeugt wird.

Zur Erzeugung eines kernspinpolarisierten H-Strahls wird dabei die Hyperfeinstrukturaufspaltung des H-Atoms genutzt (Abb. 3.4, links). Diese bedingt, daß Zustände mit definierter relativer Orientierung von Hüllenelektronenspin J und Kernspin I im Magnetfeld unterschiedliche Energieniveaus besitzen, also Übergänge zwischen ihnen durch resonant eingestrahlte HF-Strahlung

¹Die Bezeichnung der Richtungen bezieht sich auf das raumfeste EDDA-Koordinatensystem.

3.2. Das Atomstrahltarget

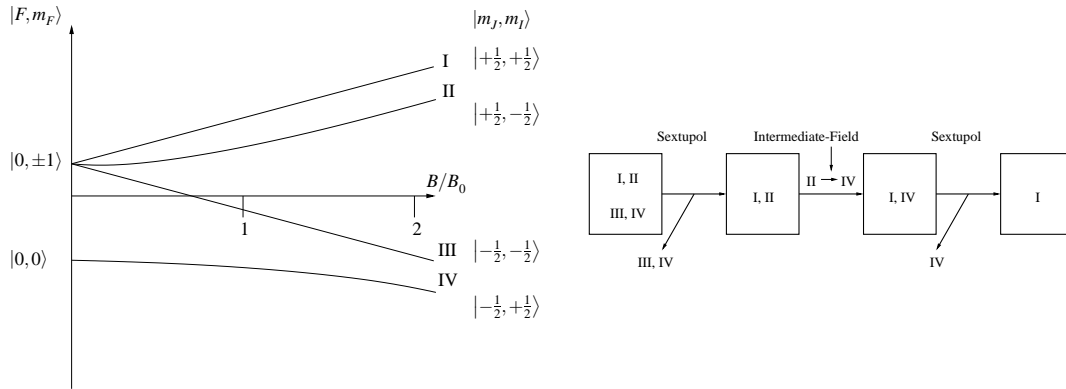


Abbildung 3.4.: Breit-Rabi-Diagramm des Wasserstoffatoms und Schema der Polarisation des H-Strahles ($B_0 = 507 \text{ G}$)

induziert werden können. Im technisch realisierbaren Feldstärkenbereich² mischen die Zustände II und IV, also sind nur die Zustände I und III kernspinpolarisiert.

Die Wechselwirkung des Hüllenspins³ mit dem ersten stark inhomogenen Sextupol-Magnetfeld erlaubt es, den Atomstrahl nach Hüllenspinpolarisationszuständen zu „sortieren“. Die Zustände III und IV (s. Abb. 3.4, rechts) werden von der Strahlachse weg defokussiert, während I und II zur Strahlachse hin fokussiert werden. In dem nachfolgenden Intermediate-Field wird der Zustand II nach IV überführt. Das zweite Sextupol-Feld defokussiert wiederum die Atome im Zustand IV und fokussiert die kernspinpolarisierten Atome im Zustand I in die Wechselwirkungszone.

Der Polarisationsvektor des so kernspinpolarisierten Strahles kann nun über magnetische *Haltefelder* von typischerweise ca. 10G ausgerichtet werden. Die Geschwindigkeit der Wasserstoffatome ist so niedrig, daß die Spinausrichtung adiabatisch der lokalen Richtung des Magnetfeldes folgt⁴, so daß kein Polarisationsverlust auftritt. Die Projektion der ABT-Polarisation auf die Koordinatenachsen zeigt typische Polarisationsprofile. Derartige Polarisationsprofile für die Projektion auf die z -Achse finden sich in Abb. 5.4. Die effektive Polarisation des ABT wird hierbei durch den polarisierten Atomstrahl und den unpolarisierten Untergrund nahezu konstanter Dichte bestimmt, der im wesentlichen durch Wechselwirkung eines Teiles des H-Strahles mit den COSY-Strahlrohrwänden entsteht.

²Der Platz, der für die Installation in COSY zur Verfügung steht, ist beschränkt, damit auch die maximale Größe für Magnete und deren eventuelle Kühlung.

³Für die magnetischen Momente von Elektron μ_J und Proton μ_I gilt: $\frac{\mu_I}{\mu_J} = \frac{m_{\text{Proton}}}{m_{\text{Elektron}}} \approx 2000$.

⁴Man spricht hier von adiabatischer Ausrichtung, in Anlehnung an thermodynamische Vorgänge. Die typische Zeitskala wird hierbei vorgegeben durch die Larmor-Frequenz der Wasserstoffatome.

3. Experimenteller Aufbau

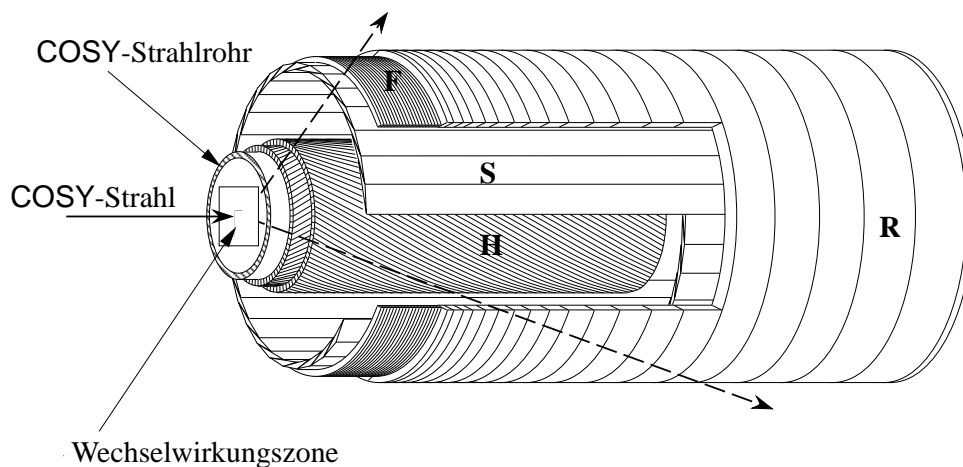


Abbildung 3.5.: Schema des EDDA-Detektors, Länge des Detektors: ca. 1 m

3.3. Der EDDA-Detektor

Der EDDA-Detektor wurde konzipiert als zylindrisches Hodoskop aus szintillierendem Material. Die Geometrie des Detektors wurde dabei so ausgelegt, daß ca. 82% des Raumwinkels abgedeckt werden, wobei die longitudinale Symmetrieachse des Detektors das COSY-Strahlrohr ist. Der abgedeckte Labor-Vorwärtswinkel-Bereich ist dabei $10^\circ \leq \theta_{\text{lab}} \leq 72^\circ$, ungefähr entsprechend im Schwerpunktsystem $30^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 90^\circ$ für elastische pp-Streuung im von EDDA vermessenen Energiebereich. Die wichtigste Unterteilung des Detektors (s. Abb. 3.5) ist diejenige in die Innenschale („H“) und die Außenschale („S“, „F“, „R“).

3.3.1. Außenschale

Die Außenschale [Wol96] war die erste in Betrieb genommene Detektorkomponente und ermöglicht die unabhängige Bestimmung zweier Durchstoßpunkte von Ejektilen. Für ein Fädchentarget und einen kleinen Strahlfleck ist damit bereits eine Vertexrekonstruktion möglich. Diese Technik fand Anwendung in der ersten Meßphase, in der der differentielle Wirkungsquerschnitt der elastischen pp-Streuung mit dünnen Polypropylen-Fädchentargets (Querschnitt ca. $4 \times 5 \mu\text{m}$) vermessen wurde. Die Außenschale besteht wiederum aus zwei Lagen, einer inneren Stablage („S“ in Abb. 3.5) und einer äußeren Ringlage („F“ und „R“ in Abb. 3.5).

Stablage

Diese Lage besteht aus 32 Szintillatorstäben, so daß jede dieser Einheiten einen Azimuthwinkelbereich von $\Delta\varphi = 11,25^\circ$ abdeckt. Durch überlappende Anordnung der Stäbe (s. Abb. 3.6)

wird die Winkelauflösung auf $\Delta\varphi \approx 1,9^\circ$ verbessert. In der Regel passiert ein Ejektil zwei Stäbe. Um zu bestimmen, wie sich die in jedem Stab zurückgelegten Strecken zueinander verhalten, wird die in jedem Stab deponierte Energie registriert und durch das Verfahren der *Energieteilung* der gesamt zurückgelegte Weg auf die beiden Stäbe aufgeteilt. Dadurch, daß die Stäbe überlappen, treffen die Trajektorien „1“, „2“ und „3“ in Abb. 3.6 nicht nur den Stab n und sind somit voneinander unterscheidbar.

Eine zusätzliche Information über die longitudinale Position des Durchstoßpunktes in einem Stab liefert die Auslese der Stäbe an beiden Enden aus dem Zeitunterschied, also der Laufzeitdifferenz, der Signale [Roh95]. Liegen Ereignisse mit hoher Multiplizität vor, so liefert dies eine zusätzliche Information zur Bestimmung des Polarwinkels θ .

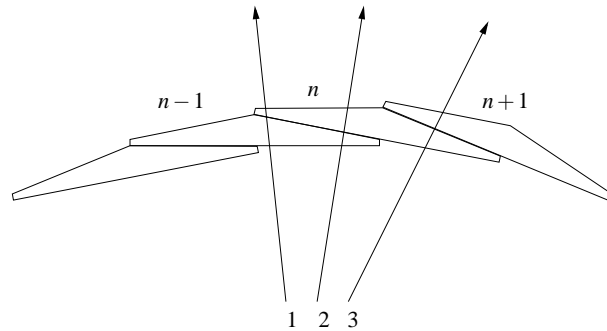


Abbildung 3.6.: Stablage der Außenschale (Querschnitt)

Ringlage

Als äußerste Szintillatorlage zur genauen Bestimmung des Polarwinkels dienen 2×29 Halbringe mit rechteckigem Querschnitt. Da jeder Halbring ungefähr den gleichen $\theta_{c.m.}$ -Bereich von 5° abdecken soll, werden die Ringe mit zunehmendem θ_{lab} schmaler. Bei Polarwinkeln von $\theta_{lab} \geq 52^\circ$ werden die Ringe zu schmal, als daß sie als massive Szintillatorringe realisiert werden könnten. Die Ringe für große Streuwinkel (Ring 1-9, „F“ in Abb. 3.5) sind deshalb aus 2×36 szintillierenden Fasern gefertigt [Wel95]. Der Querschnitt dieser Fasern beträgt $2 \times 2 \text{ mm}^2$. Über die Auslese werden jeweils zwei übereinanderliegende Fasern zu einem Faserpaar zusammengefaßt. Vier benachbarte Faserpaare bilden einen logischen Halbring, dessen Treffermuster ausgewertet wird.

In Analogie zur Außenschale durchquert auch hier ein Ejektil mehrere Elemente (2-3 Ringe), so daß ebenfalls das Verfahren der Amplitudenteilung eingesetzt wird, um eine Polarwinkelauflösung von $\Delta\theta_{c.m.} \approx 1^\circ$ zu erreichen [Wel95].

3. Experimenteller Aufbau

3.3.2. Innenschale

Für Messungen mit dem ein ausgedehntes Reaktionsvolumen bietenden ABT wird zur Rekonstruktion der Ejektil-Trajektorien und damit des Reaktionsvertex ein weiterer Durchstoßpunkt benötigt. Diese Information liefert die später (1996) hinzumontierte Innenschale [Zie98]. Sie besteht aus 640 in vier Lagen helixartig gewunden das Strahlrohr umgebenden Fasern. Der Windungssinn wechselt dabei von Lage zu Lage. Die Geometrie ist so konzipiert, daß jedes Ejektil immer mindestens zwei Fasern trifft und so aus dem durch ein Ejektil verursachten Treffermuster immer ein Durchstoßpunkt zu rekonstruieren ist.

3.3.3. Ausleseelektronik und Datenaufnahme (DAQ)

Die Datenaufnahme hat die Elemente des EDDA-Detektors auszulesen und nach geeigneter Vorverarbeitung als Rohdatenstrom im TDAS⁵-Format bereitzustellen. Die Signalverarbeitung erfolgt dabei im wesentlichen durch standardisierte NIM- und CAMAC-Module [Sch95, Die98].

Triggerquellen

Neben einem künstlich generierten Trigger mit wählbarer Frequenz (üblicherweise 200Hz oder 400Hz), der das regelmäßige Auslesen von Statusinformationen des Experimentes (z.B. Polarisationseinstellungen, DAQ-Totzeitinformationen, Zeitgeberinformationen) erlaubt, sind zwei der Kinematik der elastischen pp-Streuung angepaßte Trigger realisiert, um eine für die DAQ verarbeitbare Datenrate zu garantieren.

Der *kinematische Trigger* beruht auf der Relation (2.3) und schaltet, wenn bestimmte Halbringgruppen in Koinzidenz getroffen werden. Die Koinzidenzbedingung wird hierbei über entsprechende Triggertabellen mit dem COSY-Strahlimpuls synchronisiert. Diese Synchronisation ist notwendig, da eine Besonderheit des EDDA-Experimentes die Messung während der COSY-Beschleunigungsrampe ist.

Der *koplanare Trigger* hingegen setzt die Relation (2.4) um, indem er schaltet, wenn zwei gegenüberliegende Stäbe getroffen werden.

Bei den Spinkorrelationsparametermessungen – ABT und polarisierter COSY-Strahl – kam nur der koplanare Trigger zum Einsatz, da er bei den dort auftretenden Luminositäten zur Ereignisvorselektion ausreichte.

⁵TDAS = Temporary Data Acquisition System, ein an der GSI Darmstadt entwickeltes und am HSKP Bonn modifiziertes Datenformat [Sch94].

Event-Builder

Wird ein Trigger geschaltet, so generiert die DAQ ein Event⁶ im TDAS-Format. Dies geschieht durch den zentralen Event-Builder, einen ELTEC-Eurocom E6-Rechner, der über einen geeigneten Bus mit der CAMAC-Elektronik kommuniziert. Auf diesem Rechner läuft die TDAS-Software. Der Datenstrom kann dabei über ein SCSI-Interface direkt auf ein entsprechendes Massenspeichermedium geschrieben werden (in den letzten Strahlzeiten waren dies 8mm-DAT-Magnetbänder). Gleichzeitig ist es möglich, den Datenstrom über ein Ethernet-Interface auszu-lesen, was vor allem der Online-Analyse dient, die es ermöglicht, die Detektorauslese und andere Funktionen der DAQ zu überwachen. Prinzipiell ist online der Zugriff auf alle TDAS-Events möglich. Die einzige Beschränkung liegt in der Netzwerkbandbreite.

Neben dem Event-Building führt der E6-Rechner Konfigurationen der Meßelektronik durch, indem er Triggertabellen, Timing-Tabellen und Offset-Tabellen in die entsprechenden Module lädt.

3.4. Datenrekonstruktion

Programme zur Datenrekonstruktion

Um aus den Rohdaten die durch den EDDA-Detektor direkt gemessenen Größen zu rekonstruieren (und diese wahlweise weiter zu analysieren), wird das Programmpaket YODA [Sch96] verwendet, das eine umfangreiche Programmierumgebung bietet und eine Schnittstelle zu den Daten im TDAS-Format darstellt. Zielgrößen der Datenrekonstruktion sind die Streuwinkel und der Reaktionsvertex für jedes registrierte Ereignis. Gleichzeitig sind zu jedem Ereignis zusätzliche Informationen abrufbar, wie z.B. Strahlimpuls, evtl. Polarisationsrichtung von ABT und COSY-Strahl und verstrichene Zeit seit Beginn des Meßzyklus.

Extraktion des Reaktionsvertex und der Streuwinkel

Um die weitere Datenauswertung angemessen erläutern zu können, wird hier ein kurzer Abriss der Analyse mit YODA gegeben. Die erste Verarbeitung der Rohdaten, d.h., des während der Messungen gespeicherten TDAS-Datenstromes, wird im folgenden als *Sortieren* bezeichnet. Das Ergebnis dieser Sortierung sind üblicherweise Verteilungen der dem Detektor zugängigen Größen, also der Winkel θ , φ , des Reaktionsvertex, sowie Statusinformationen über das ABT und COSY, vor allem Strahlimpuls und PolarisationsEinstellungen. Des weiteren werden in diesem Stadium Schnitte zur Unterdrückung des inelastischen Untergrundes angebracht.

⁶Es wird hier in technischen Zusammenhängen von Anglizismen wie *Event*, *Event-Builder* und *online* Gebrauch gemacht. Sprachlich ist dies sicher anfechtbar, jedoch sind diese Ausdrücke in einem so hohen Maße etabliert, daß ihre Übersetzung in deutsche Äquivalente umständlich wirkte.

3. Experimenteller Aufbau

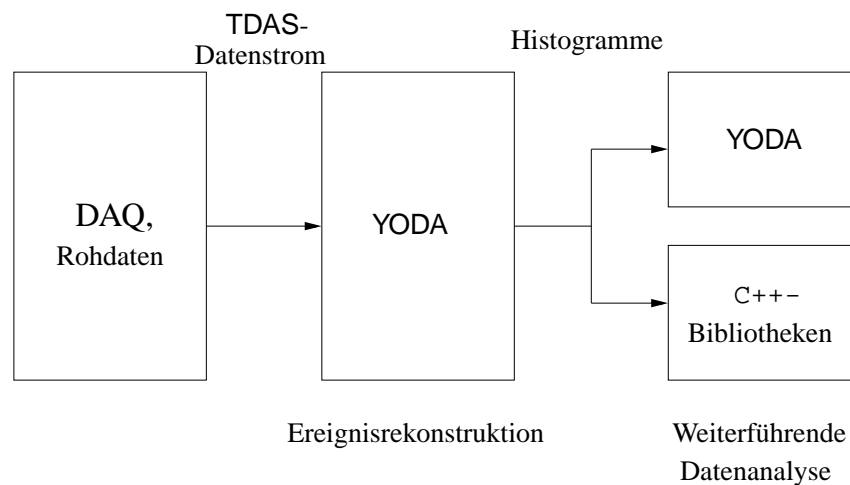


Abbildung 3.7.: Schema der Datenanalyse

YODA bietet die Möglichkeit, C++-Module zu integrieren, um den TDAS-Datenstrom zu verarbeiten. Diese Module heißen *Hardcallbacks* und sind fest in dem YODA-Programmcodem integriert. Sie ermöglichen eine effiziente Abarbeitung zeitaufwendiger Routinen, also insbesondere der Rekonstruktion der geometrischen Observablen aus den Rohdaten. Sind diese Hardcallbacks abgearbeitet, sind diese geometrischen Größen als Variable in YODA verfügbar und können in weitere Analysen eingehen. Dies geschieht wahlweise in weiteren Hardcallbacks oder über *Softcallbacks*. Diese sind Skripte in der C-ähnlichen Sprache hoc, die durch den in YODA integrierten hoc-Interpreter interpretiert werden. Sie bieten für nicht zeitkritische Analysen ein hohes Maß an Flexibilität und ermöglichen eine schnelle Programmentwicklung.

HelixCluster (Innenschale)/ClusterSearch->ClusterMatch (Außenschale):

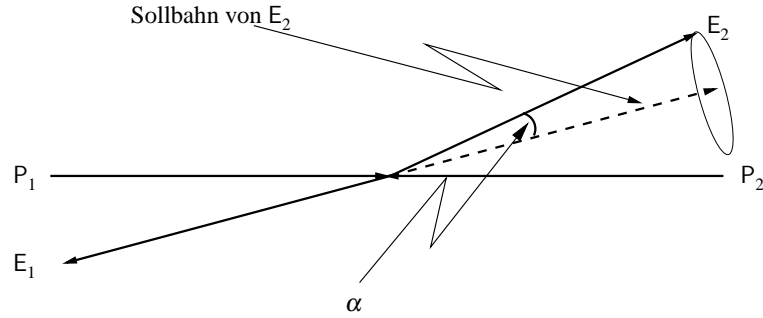
Bestimmung der Durchstoßpunkte von Ejektilen aus den Daten der Photomultiplier-Auslese der szintillierenden Detektorelemente von Innen- und Außenschale.

FindTracks:

Alle Durchstoßpunkte der Innenschale werden mit allen Durchstoßpunkten der Außenschale zu möglichen Trajektorien verbunden. Jeweils zwei Trajektorien ohne gemeinsame Durchstoßpunkte werden zu Paaren kombiniert, die also „Kandidaten“ für Trajektorien elastischer Streueignisse darstellen.

Aus diesen Kandidaten wird nun das Paar herausgesucht, welches der kinematischen Signatur eines elastischen Ereignisses am nächsten ist. Die Kenngröße für die Quantifizierung der „Elastizität“⁷ ist das *kinematische Defizit* α (s. Abb. 3.8), das auch in der weiteren Datenanalyse eine zentrale Rolle bei der Ereignisselektion spielt.

⁷Dieser Begriff ist sehr umgangssprachlich, jedoch griffig, um auszudrücken, daß die Parameter eines Ereignisses, auf die das Experiment Zugriff hat, mehr oder weniger denen eines elastischen Ereignisses entsprechen.

Abbildung 3.8.: Veranschaulichung des kinematischen Defizits α

Typische α -Verteilungen sind unter Abb. 4.2 gezeigt. Die maximale Ereignisdichte $\frac{dN}{d\Omega_\alpha}$ liegt für $\alpha=0$ vor. Daß bei der Auftragung $N(\alpha)$ das Maximum der Verteilungen nicht bei $\alpha = 0$ liegt, erklärt sich daraus, daß für das Raumwinkелеlement

$$d\Omega_\alpha = 2\pi \sin \alpha d\alpha, \quad (3.3)$$

d.h.,

$$\frac{dN}{d\alpha} = 2\pi \sin \alpha \frac{dN}{d\Omega} \quad (3.4)$$

gilt.

Die θ -Auflösung des EDDA-Detektors ist endlich. Weiterhin findet im Strahlrohr sowie im Detektor Kleinwinkelstreuung statt. Deshalb treten auch Ereignisse mit $\alpha \neq 0$ mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit auf.

VertexFit:

Abschließend wird der Reaktionsvertex rekonstruiert. Dazu existieren zwei Verfahren [Wei00], die *geometrische Vertexrekonstruktion* und die *kinematische Vertexrekonstruktion*.

Im Fall der geometrischen Vertexrekonstruktion werden die geometrischen Parameter der Vertices an die ermittelten Auftreffpunkte über einen χ^2 -Fit angepaßt [Wei00] und es ergibt sich ein nichtverschwindender Wert für das kinematische Defizit α .

Für die kinematische Vertexrekonstruktion geht die Kinematik der elastischen pp-Streuung als weitere Zwangsbedingung – *kinematical constraint* – in den χ^2 -Fit ein, und es gilt also für derartig rekonstruierte Ereignisse $\alpha=0$. In diesem Fall wird als Elastizitätskriterium der χ^2 -Wert des Fits gewählt. Elastische Streueignisse zeichnen sich dabei durch einen kleinen Wert für χ^2 aus, so daß dementsprechende Schnittkriterien formuliert werden können.

3. *Experimenteller Aufbau*

4. Datenauswertung

4.1. Analysierstärke A_N

In diesem Abschnitt wird kurz die Datenauswertung für die Analysierstärke A_N beschrieben. Die Messungen für diese Observable wurden mit unpolarisiertem COSY-Strahl und polarisiertem ABT durchgeführt. Die Auswertung dieses Datensatzes wird im wesentlichen in [Büß99b] beschrieben. Weiterführend dazu wird in der vorliegenden Arbeit der Einfluß der Detektorakzeptanz auf die effektive ABT-Polarisation beschrieben und eine Methode vorgeschlagen, in Bereichen mit reduzierter Akzeptanz eine Korrektur auf die effektive Polarisation durchzuführen. Die entsprechenden Betrachtungen finden sich – zusammen mit den Ergebnissen – in Kapitel 5.

4.1.1. Azimuthale Zählratenmodulation für unpolarisierten COSY-Strahl und polarisiertes ABT

Aus der Beziehung (2.55) ergibt sich für Messungen mit polarisiertem Target eine Modulation der Zählraten mit dem Azimuthwinkel φ . Durch geeignete Berücksichtigung dieser Modulation kann aus gemessenen Zählraten auf die Analysierstärke der pp-Streuung geschlossen werden. Die endgültige Datenauswertung bedient sich der in [Ohl73] entwickelten Methode.

Für diese Analyse wird der EDDA-Detektor bezüglich des Azimuthwinkels φ in zwei Hälften unterteilt, wobei wegen der bei $\varphi = 90^\circ$ und $\varphi = 270^\circ$ zentrierten Ausleseelektronik der Halbringe ein Bereich von $\pm 10^\circ$ um diese Winkel ausgespart wird (s. Abb. 4.1).

Bei der Unterteilung in Hälften ist zu unterscheiden, ob mit in x -Richtung oder mit in y -Richtung polarisiertem ABT gemessen wird. Im ersten Fall resultiert die Anisotropie der Streuung in einer Zählratenasymmetrie zwischen der unteren und der oberen Hälfte des Detektors, im zweiten Fall einer Asymmetrie zwischen der linken und der rechten Detektorhälfte. Bis auf diese 90° -Rotation gibt es keine physikalischen Unterschiede zwischen beiden Fällen, weshalb exemplarisch der Fall für ein in y -Richtung polarisiertes Target beschrieben wird. In diesem Fall äußert sich die Anisotropie der Streuung in einer Links-Rechts-Asymmetrie, d.h., es werden die Zählraten N_L und N_R in den Detektorhalbschalen „L“=„TL“+„BL“ und „R“=„TR“+„BR“ ausgewertet.

4. Datenauswertung

Die Gleichung (2.55) resultiert für einen ausgedehnten, perfekt symmetrischen Detektor¹ in der Beziehung

$$\varepsilon_{LR} = A_N Q_y \langle \cos \varphi \rangle \quad (4.1)$$

mit

$$\varepsilon_{LR} = \frac{N_L - N_R}{N_L + N_R}, \quad \langle \cos \varphi \rangle = \frac{\int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \cos \varphi d\varphi}{\int_{\varphi_0}^{\varphi_1} d\varphi}. \quad (4.2)$$

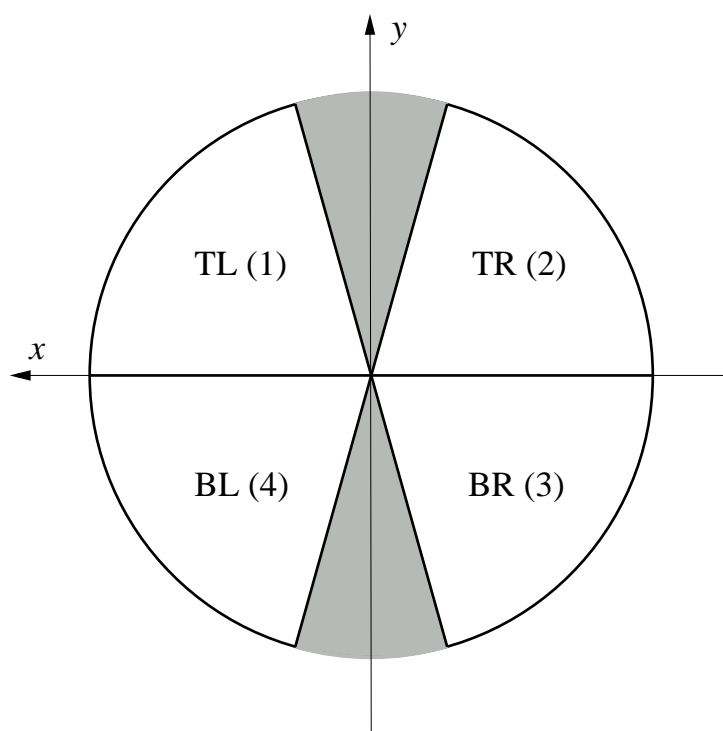


Abbildung 4.1.: Unterteilung des EDDA-Detektors in Quadranten unter Aussparung der Stutzenregionen für die Ausleseelektronik der Halbringe. Diese Viertel – „TL“=„Top Left“, „BL“=„Bottom Left“, „TR“=„Top Right“, „BR“=„Bottom Right“ – werden für die A_N -Datenanalyse zu geeigneten Hälften zusammengefaßt. Die Numerierung (1, 2, 3, 4) der Quadranten bezieht sich auf die Auswertung der Messungen der Spinkorrelationsparameter.

¹*Symmetrisch* heißt hier sowohl, daß die Detektoreffizienz als Funktion von φ konstant ist, als auch, daß der in Abb. 3.5 skizzierte Aufbau perfekt zylindersymmetrisch ist, was natürlich nicht realisierbar ist.

4.1.2. Ohlsen-Verfahren

Auf (4.1) beruhende Bestimmungen von A_N sind hochempfindlich auf *falsche (Zählraten-) Asymmetrien*, die aus den bereits erwähnten Effizienzunterschieden und Asymmetrien in der Geometrie des Detektoraufbaus resultieren können. Die EDDA-Daten werden deshalb mit einer alternativen Methode nach [Ohl73] ausgewertet. Für diese Methode werden Meßdaten für ABT-Polarisation $Q^+ = +|Q_y|$ und $Q^- = -|Q_y|$ kombiniert².

Für die einzelnen Zählraten folgt aus (2.55) mit den Effizienzen $E_{L,R}$, den Luminositäten L^\pm , den abgedeckten Raumwinkeln $\Omega_{L,R}$ und den jeweils über diese Raumwinkel integrierten unpolarisierten Wirkungsquerschnitten $\sigma_{L,R}$

$$N_L^+ = L^+ E_L \Omega_L \sigma_L (1 + Q^+ A_N \langle \cos \varphi \rangle_L) \quad (4.3)$$

$$N_L^- = L^- E_L \Omega_L \sigma_L (1 + Q^- A_N \langle \cos \varphi \rangle_L) \quad (4.4)$$

$$N_R^+ = L^+ E_R \Omega_R \sigma_R (1 + Q^+ A_N \langle \cos \varphi \rangle_R) \quad (4.5)$$

$$N_R^- = L^- E_R \Omega_R \sigma_R (1 + Q^- A_N \langle \cos \varphi \rangle_R) . \quad (4.6)$$

Angenommen wird dabei, daß die Detektoreffizienzen von der Polarisationsrichtung unabhängig sind, was physikalisch sinnvoll ist. Des weiteren ist $\langle \cos \varphi \rangle_L = \langle \cos \varphi \rangle_R = \langle \cos \varphi \rangle$.

Dabei wird folgende Asymmetrie betrachtet:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{N_L^+ N_R^-} - \sqrt{N_L^- N_R^+}}{\sqrt{N_L^+ N_R^-} + \sqrt{N_L^- N_R^+}} \quad (4.7)$$

Die Zählraten N_L und N_R für jede Polarisationsrichtung werden also ersetzt durch

$$\mathcal{L} = \sqrt{N_L^+ N_R^-} \quad \mathcal{R} = \sqrt{N_R^+ N_L^-} . \quad (4.8)$$

Die Effizienzen, Luminositäten und Raumwinkel kürzen sich heraus, so daß für $Q^+ = Q^- = Q_y$

$$\varepsilon = \frac{\mathcal{L} - \mathcal{R}}{\mathcal{L} + \mathcal{R}} = A_N Q_y \langle \cos \varphi \rangle \quad (4.9)$$

gilt.

Bei dieser Methode werden somit Daten für zwei Polarisationsrichtungen kombiniert. Unter der Annahme, daß die Polarisation exakt um 180° rotiert wird³, werden falsche Asymmetrien durch

²Auch hier sind diese Überlegungen auf eine ABT-Polarisation $Q = \pm x$ direkt übertragbar bei entsprechend betrachteten „BT“-Asymmetrien („BT“ = „Bottom-Top“).

³Ist diese Bedingung erfüllt, was gleichbedeutend mit einer vollkommenen Rotation des gesamten Meßaufbaus um 180° ist, so spricht man auch vom *Proper Spin Flip*.

4. Datenauswertung

inhomogene Detektoreffizienz kompensiert. Weiterhin ist das Verfahren unempfindlich gegen Unterschiede in den Luminositäten der mit positiver und negativer Polarisation gemessenen Daten.

Idealerweise sollten Strahlachse und die z -Achse des EDDA-Detektors vollkommen parallel sein. Dies ist nicht realisierbar, da bei der Strahlbeschleunigung der Strahlorbit von der Idealbahn abweicht (*closed orbit distortions*). Das Ohlsen-Verfahren kompensiert auch die dadurch hervorgerufenen falschen Asymmetrien⁴ [A⁺04b].

Weiterhin ist eine perfekte Polarisationsumkehrung, d.h., immer gleicher Polarisationsbetrag unabhängig von der Polarisationsrichtung, nicht realisierbar. In [Hin00] wird jedoch gezeigt, daß auch für den ungünstigen Fall von $\frac{|Q^+| - |Q^-|}{|Q^+| + |Q^-|} \approx 0,2$ der relative systematische Fehler für (4.7) in der Größenordnung von $2 \cdot 10^{-4}$ liegt und damit vernachlässigbar klein ist.

4.1.3. Normierung der Polarisationskala

Für die Bestimmung der Analysierstärken ist es erforderlich, die Polarisation des ABT zu kennen. Direkt aus den Daten rekonstruierbar sind lediglich Asymmetrien, so daß die Polarisationskala normiert werden muß. Dies geschieht durch Normierung auf Präzisionsmessungen von Winkelverteilungen der Analysierstärke aus [M⁺90]. Dort wurde die Analysierstärke A_N der elastischen pp-Streuung bei $T_{\text{kin}} = 730 \text{ MeV}$, entsprechend $p \approx 1380 \text{ MeV}/c$, vermessen. Die Normierungsunsicherheit dieser Daten beträgt 1,0% und bestimmt die Normierungsunsicherheit der EDDA-Analyseergebnisse. Unter weiterer Berücksichtigung der statistischen Fehler dieser Daten sowie der Fehler der EDDA-Daten ergibt sich die globale Normierungsunsicherheit der EDDA-Daten für A_N zu 1,2%.

4.2. Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SS} und A_{SL}

Die Datenauswertung für die Spinkorrelationsparameter erfolgte einerseits – analog zu der für A_N – mit einer Asymmetriemethode [Bau01], die eine Erweiterung des für die Auswertung der Analysierstärke-Messungen verwandten Ohlsen-Verfahrens darstellt. Diese Methode ist die, welche für den endgültigen Datensatz verwendet wurde.

Alternativ kam ein anderes Verfahren zum Einsatz, das auf einem χ^2 -Fit beruht und im Gegensatz zur erweiterten Asymmetriemethode auch Detektoreffizienzen und relative Luminositäten als Parameter der Auswertung berücksichtigt [Roh01]. Diese Methode wurde angewandt, um die innere Konsistenz der EDDA-Daten zu überprüfen. Die mit Hilfe beider Methoden erhaltenen Ergebnisse zeigen keine statistisch signifikanten Abweichungen voneinander.

⁴Auch der effektive Streuwinkel θ und damit $\theta_{\text{c.m.}}$ werden durch diese Nichtparallelität verändert, was aber dadurch, daß θ mit hoher Genauigkeit für jedes Ereignis rekonstruiert wird, nicht in einem systematischen Fehler resultiert [A⁺04b].

4.2.1. Schnitt auf das kinematische Defizit α

Um inelastischen Untergrund zu unterdrücken, wird bei der Ereignisselektion ein impulsabhängiger Schnitt auf das kinematische Defizit α durchgeführt. Wie sich herausgestellt hat und hier erörtert wird, ist ein linearer Zusammenhang $\alpha^{\text{cut}}(p)$ gut geeignet, diese Abhängigkeit zu beschreiben.

Die Daten, die für die Bestimmung dieser Funktion $\alpha^{\text{cut}}(p)$ benutzt wurden, stammen aus Messungen mit $(\text{CH}_2)_n$ - und C- Fädchentargets aus der Strahlzeit Nr.12. Diese Daten wurden im Rahmen der Messungen des differentiellen Wirkungsquerschnittes in der ersten Phase des EDDA-Experimentes genommen, und zwar während der COSY-Beschleunigungsrampe im Impulsbereich $825 \text{ MeV/c} \leq p \leq 3275 \text{ MeV/c}$.

Aus den Daten wurden für diesen Impulsbereich α -Verteilungen $N_\alpha^{(p)}$ in Schritten von $\Delta p = 50 \text{ MeV/c}$ extrahiert.

Für die Bestimmung von $\alpha^{\text{cut}}(p)$ wurde zunächst für jede α -Verteilung $N_\alpha^{(p)}$ der Kohlenstoffabzug durchgeführt [A⁺04a]. Unter der Annahme, daß hierdurch α -Verteilungen nahezu rein elastischer Ereignisse vorliegen, wurden dann an die Verteilungen $N_\alpha^{(p)}$ geeignete Funktionen $F_p(\alpha)$ über einen χ^2 -Fit angepaßt (vgl. Abb. 4.2). Die spezielle Form dieser Funktionen hat keine physikalische Bedeutung, also auch nicht deren ermittelte Parameter. Sie sollen allein die α -Verteilungen möglichst gut beschreiben und numerisch integrierbar sein. Die Wahl fiel auf Fitfunktionen der Form

$$F_p(\alpha) = (a_0 + a_1 \alpha + a_2 \alpha^2 + a_3 \alpha^3) e^{b_0 + b_1 \alpha} . \quad (4.10)$$

Aus diesen Funktionen $F_p(\alpha)$ wurde dann für jedes p ein Wert α_p^{max} bestimmt derart, daß die Bedingung

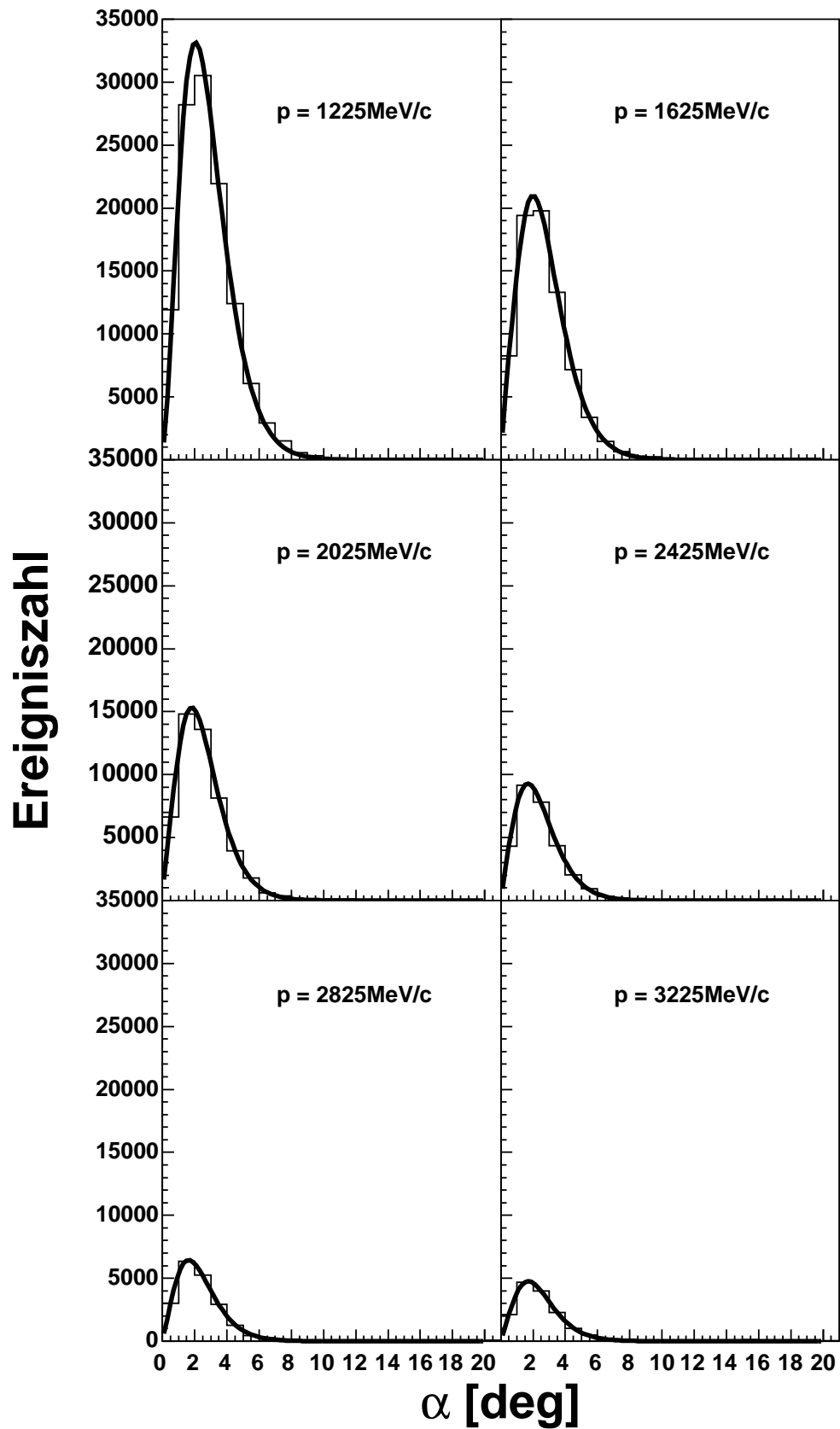
$$\frac{\int_{0^\circ}^{\alpha_p^{\text{max}}} F_p(\alpha) d\alpha}{\int_{0^\circ}^{20^\circ} F_p(\alpha) d\alpha} = 0,99 \quad (4.11)$$

erfüllt ist, also 99% der elastischen Ereignisse akzeptiert werden.

An die Werte α_p^{max} wurde dann im letzten Schritt eine Gerade über lineare Regression angepaßt. Der daraus resultierende impulsabhängige α -Schnitt ist

$$\alpha^{\text{cut}}(p) = 8,32 - 0,712 p [\text{GeV/c}] . \quad (4.12)$$

4. Datenauswertung



4.2.2. Sortierung der Daten und weitere Schnitte

Um das in Abschnitt 4.2.4 erklärte erweiterte Asymmetrieverfahren anwenden zu können, müssen aus den Rohdaten (θ, φ) -Verteilungen für elastische Ereignisse für jede der 12 möglichen Kombinationen aus Strahl- und Targetpolarisation rekonstruiert werden. In der vorliegenden Arbeit werden die Flattop-Daten ausgewertet, d.h., es resultiert für jeden Impuls p und jede Observable A_{kl} eine Winkelverteilung $A_{kl}^p(\theta)$. Die θ -Unterteilung der Daten für die Spinkorrelationsparameter ist

$$30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ, \quad \Delta\theta = 5^\circ. \quad (4.13)$$

Neben dem α -Schnitt wurden noch weitere Schnitte angewandt, um elastische Ereignisse auszuwählen:

Außenschalen-Treffermuster Ein elastisches Ereignis ist dadurch gekennzeichnet, daß idealerweise zwei Stäbe und in jeder Halbringlage ein Halbring getroffen werden. Deshalb werden Ereignisse, die diesem Treffermuster nicht entsprechen, verworfen. Grundsätzlich ist es möglich, auch aus Ereignissen mit anderen Treffermustern bzw. höherer Multiplizität noch Signaturen elastischer Ereignisse zu erhalten. Es hat sich jedoch erwiesen, daß dieses zu keiner erheblichen Verbesserung der Statistik führt. Da andererseits die Wahrscheinlichkeit, den Anteil inelastischen Untergrundes zu erhöhen durch diese Ereignisse vergrößert wird, werden sie verworfen.

Innenschalen-Treffermuster Ereignisse mit höherer Multiplizität als 6 in der Innenschale werden verworfen. Auch hier soll a priori inelastischer Untergrund unterdrückt werden.

z -Vertex-Schnitt Das durch das ABT angebotene Reaktionsvolumen hat zum einen eine endliche Ausdehnung, zum anderen fällt die Polarisation zu den Rändern hin ab. Deshalb wird in z -Richtung – parallel zum COSY-Strahl – derart geschnitten, daß nur Ereignisse, für die $-15 \text{ mm} \leq z \leq 20 \text{ mm}$ gilt berücksichtigt werden.

Impulsabhängiger elliptischer x - y -Vertex-Schnitt Die Überlappregion zwischen ABT und COSY-Strahl verändert sich mit dem Strahlimpuls, da wegen Konstanz des vom Strahl eingenommenen Phasenraumvolumens dieser mit wachsendem Impuls in x -Richtung kontrahiert wird. Deshalb wird für jeden Impuls in x - und y -Richtung das Strahldichteprofil unter Zugrundelegung einer Gaußverteilung $\rho(x) = f(x, x_0, \sigma_x)$ bzw. $\rho(y) = f(y, y_0, \sigma_y)$ angepaßt. Dieses ist Teil der Kalibration des Meßaufbaus für jede Messung. Aus diesen Dichteverteilungen wird dann eine Ellipse bestimmt, derart, daß die Halbachsen der Ellipse gegeben sind durch $3\sigma_x$ und $3\sigma_y$. Ereignisse, deren x - y -Vertexkoordinaten außerhalb dieser Ellipse liegen, werden verworfen.

4. Datenauswertung

4.2.3. Azimuthale Zählratenmodulation für polarisierten COSY-Strahl und polarisiertes ABT

Grundlegend für die Extraktion der Spinkorrelationsparameter aus den gemessenen Daten ist die Beziehung (2.54). Um die in der entsprechenden Zählratenmodulation enthaltene physikalische Information über geeignete Asymmetrien zu erhalten, wird auch hier der Detektor unterteilt, wobei das Schema gemäß Abb. 4.1 Anwendung findet. Im Gegensatz zur A_N -Datenauswertung werden hier jedoch die Quadranten nicht zu Detektorhälften zusammengefaßt, sondern Asymmetrien mit allen Quadranten gebildet.

Der COSY-Strahl war für diese Messungen in $\pm y$ -Richtung polarisiert, die Polarisation des ABT wurde zyklusweise zwischen $\pm x$, $\pm y$ und $\pm z$ geschaltet. Das resultiert in $2 \times 6 = 12$ verschiedenen Polarisationskombinationen und entsprechenden Zählratenmodulationen.

4.2.4. Erweitertes Asymmetrieverfahren

Das für die endgültige Datenauswertung verwendete erweiterte Asymmetrieverfahren [Bau01] soll in diesem Abschnitt näher erläutert werden.

Für jede Vorzugsachse der Targetpolarisation gibt es zwei Polarisationsrichtungen: $Q = \pm|Q_x|$, $Q = \pm|Q_y|$, $Q = \pm|Q_z|$. Weiterhin gilt für die Strahlpolarisation $P = \pm|P_y|$. D.h., für jede Targetpolarisationsrichtung (x, y, z) gibt es 4 Kombinationen von Strahl- und Targetpolarisation, die symbolisch mit $++$, $-+$, $--$, $+-$ bezeichnet werden.

Für jeden der in Abb. 4.1 gezeigten Quadranten und für jede Targetpolarisationsrichtung erhält man also vier Zählraten. Für den Quadranten i und z.B. den Polarisationsindex $++$ wird die entsprechende Zählrate mit n_i^{++} bezeichnet. Für alle Quadranten und alle Polarisationskombinationen ergeben sich 48 Zählraten.

Aus (2.54) folgt, daß für eine gegebene Targetpolarisationsrichtung Q_i jeweils 4 der 16 möglichen Zählraten sich aus dem gleichen Wirkungsquerschnitt ergeben. So gilt⁵ z.B. $n_1^{++} = n_2^{-+} = n_3^{--} = n_4^{+-}$. Aus diesen 4 Zählraten wird das geometrische Mittel $N_1(Q_i) = \sqrt[4]{n_1^{++}n_2^{-+}n_3^{--}n_4^{+-}}$ gebildet. So werden aus den 16 Zählraten für jede Targetpolarisationsrichtung Q_i jeweils 4 geometrische Mittel $N_1(Q_i), N_2(Q_i), N_3(Q_i), N_4(Q_i)$ gebildet⁶.

Aus diesen geometrischen Mitteln werden für jede Targetpolarisationsrichtung Q_i jeweils 3 Asym-

⁵Eigentlich gilt die Gleichheit nicht für die Zählraten, sondern für die entsprechenden Wirkungsquerschnitte. Es wird also das geometrische Mittel über Zählraten gebildet, die bei perfekt symmetrischem Detektoraufbau und konstanter Luminosität gleich wären. Das gleiche wird auch im Ohlsen-Verfahren durchgeführt.

⁶Auf der Grundlage von (2.54) lassen sich für $N_2(Q_i), N_3(Q_i)$ und $N_4(Q_i)$ ebenfalls jeweils 4 gleiche Wirkungsquerschnitte finden.

4.2. Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SS} und A_{SL}

metrien gebildet:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1(Q_i) &= \frac{N_1(Q_i) + N_2(Q_i) - N_3(Q_i) - N_4(Q_i)}{N_1(Q_i) + N_2(Q_i) + N_3(Q_i) + N_4(Q_i)} \\ \varepsilon_2(Q_i) &= \frac{N_1(Q_i) - N_2(Q_i) + N_3(Q_i) - N_4(Q_i)}{N_1(Q_i) + N_2(Q_i) + N_3(Q_i) + N_4(Q_i)} \\ \varepsilon_1(Q_i) &= \frac{N_1(Q_i) - N_2(Q_i) - N_3(Q_i) + N_4(Q_i)}{N_1(Q_i) + N_2(Q_i) + N_3(Q_i) + N_4(Q_i)}\end{aligned}\quad (4.14)$$

Auch hier werden – analog zu den im Rahmen des Ohlsen-Verfahrens definierten Asymmetrien (4.7) – die Detektoreffizienzen und Luminositäten eliminiert.

Aus (2.54) folgt schließlich für die Asymmetrien

$$\varepsilon_1(Q_x) = P_y A_N \langle \cos \varphi \rangle \quad (4.15)$$

$$\varepsilon_2(Q_x) = -Q_x A_N \langle \sin \varphi \rangle \quad (4.16)$$

$$\varepsilon_3(Q_x) = P_y Q_x (A_{SS} - A_{NN}) \langle \sin \varphi \cos \varphi \rangle \quad (4.17)$$

$$\varepsilon_1(Q_y) = P_y A_N \langle \cos \varphi \rangle \quad (4.18)$$

$$\varepsilon_2(Q_y) = Q_y A_N \langle \cos \varphi \rangle \quad (4.19)$$

$$\varepsilon_3(Q_y) = P_y Q_y (A_{SS} \langle \sin^2 \varphi \rangle + A_{NN} \langle \cos^2 \varphi \rangle) \quad (4.20)$$

$$\varepsilon_1(Q_z) = P_y A_N \langle \cos \varphi \rangle \quad (4.21)$$

$$\varepsilon_2(Q_z) = 0 \quad (4.22)$$

$$\varepsilon_3(Q_z) = P_y Q_z A_{SL} \langle \sin \varphi \rangle. \quad (4.23)$$

Für die Extraktion der Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SS} und A_{SL} muß die jeweilige Analysierstärke A_N bekannt sein (siehe dazu Abschnitt 4.2.5). Damit kann dann der durchschnittliche Wert der Strahlpolarisation P_y aus den Beziehungen (4.15), (4.18) und (4.21) bestimmt werden.

Die Gleichungen (4.16) und (4.19) liefern die Targetpolarisationen Q_x und Q_y . Daß die Targetpolarisation Q_z mit dem EDDA-Detektor nicht direkt bestimmt werden kann, schlägt sich in (4.22) nieder. Da jedoch die Präparation des polarisierten H-Strahles im Atomstrahltarget unabhängig von der Ausrichtung der Polarisationsachse im Haltefeld erfolgt, wird für alle Targetpolarisationen Q_i der Mittelwert Q aus Q_x und Q_y angenommen.

Mit den so bestimmten Werten für P_y und Q können schließlich aus (4.17), (4.20) und (4.23) die Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SS} und A_{SL} bestimmt werden.

4.2.5. Normierung auf einen Datensatz für A_N : impulsabhängiger Normierungsfehler

Die Strahl- und Targetpolarisation, P und Q , werden mithilfe der Asymmetrien $\varepsilon_1(Q_x)$, $\varepsilon_2(Q_x)$, $\varepsilon_1(Q_y)$, $\varepsilon_2(Q_y)$ und $\varepsilon_1(Q_z)$ unter Verwendung eines Datensatzes für die Analysierstärke A_N normiert, siehe dazu die Gleichungen (4.15), (4.16), (4.18), (4.19) und (4.21)

4. Datenauswertung

Impuls [MeV/c]	Anzahl der Ereignisse	$\Delta PQ/PQ$ [%]	P [%]	Q [%]
1430	$6,47523 \cdot 10^5$	2,1	$76,4 \pm 0,8$	$56,6 \pm 0,7$
1950	$1,14963 \cdot 10^5$	4,0	$72,2 \pm 1,6$	$65,1 \pm 2,0$
2096	$2,27864 \cdot 10^6$	2,4	$53,5 \pm 0,7$	$66,8 \pm 0,9$
2300	$2,28782 \cdot 10^6$	2,6	$51,6 \pm 0,8$	$68,4 \pm 1,1$
2572	$1,94296 \cdot 10^6$	3,0	$52,8 \pm 1,0$	$71,0 \pm 1,3$
2720	$1,72289 \cdot 10^6$	3,8	$54,3 \pm 1,2$	$72,6 \pm 1,6$
2900	$6,83131 \cdot 10^5$	3,8	$60,2 \pm 1,5$	$68,2 \pm 1,7$
3100	$4,35180 \cdot 10^5$	4,5	$61,1 \pm 1,8$	$69,3 \pm 2,2$
3180	$1,26178 \cdot 10^6$	4,1	$47,1 \pm 1,3$	$64,8 \pm 1,7$
3300 (Strz. 18)	$3,51695 \cdot 10^5$	3,8	$63,0 \pm 1,7$	$74,7 \pm 2,2$
3300 (Strz. 19)	$3,39118 \cdot 10^5$	4,0	$60,4 \pm 1,7$	$70,2 \pm 2,2$

Tabelle 4.1.: Anzahl der Ereignisse für alle Flattop-Impulse mit impulsabhängigem Normierungsfehler $\frac{\Delta PQ}{PQ}$ sowie Strahl- und Targetpolarisation

Dazu bieten sich zwei Methoden an, zum einen, aktuelle Ergebnisse einer Streuphasenanalyse zu benutzen – z.B. aus der SAID-Datenbank [ASW00, ABWS04] – oder explizit die von EDDA gemessenen A_N -Daten einzusetzen. Für die endgültige Datenanalyse werden die EDDA-Daten gewählt, da sie zum einen präzise und von hoher Konsistenz sind, zum anderen für die SAID-Anpassung keine Fehler angegeben werden. Allerdings wirft dies die Frage auf, wie die Fehler in diesen Daten in einen Normierungsfehler für die Spinkorrelationsparameter umgerechnet werden sollen. Um diesen Fehler abzuschätzen, wurden an die EDDA-Daten für A_N geeignete Legendre-Polynome über einen χ^2 -Fit angepaßt und aus den Fehlern für diesen Fit der Normierungsfehler bestimmt [Roh03]. Dieser Normierungsfehler ergibt sich aus dem Fehler für das Produkt PQ aus Strahl- und Targetpolarisation. Für die Targetpolarisation wird dabei angenommen, daß ihr Betrag unabhängig von der Polarisationrichtung ist, also

$$Q = Q_x = Q_y = Q_z \quad (4.24)$$

gilt.

Außer für die Impulse 1430 MeV/c, 1950 MeV/c und 2096 MeV/c liegen zusätzlich zu der Polarisationsinformation aus den Flattop-Daten noch Werte für Q aus der Analyse von in der Beschleunigungsrampe genommenen Daten vor. Diese wurden in [Eys04] bestimmt. Um den Normierungsfehler zu reduzieren, wurden diese Werte für die Normierung der Flattop-Daten berücksichtigt, da die Targetpolarisation nicht von der Zykluszeit abhängig ist. Für die Strahlpolarisation gilt dies nicht, so daß für sie nur Flattop-Daten berücksichtigt werden. Bei der Einbringung der Targetpolarisation aus den Rampendaten muß berücksichtigt werden, daß die Werte für P und Q aus dem Flattop miteinander korreliert sind.

Die Ereigniszahlen, Normierungswerte und -fehler sind in Tabelle 4.1 zusammengestellt.

4.2.6. Berücksichtigung des Normierungsfehlers für A_N : globaler Normierungsfehler

Der globale Normierungsfehler für die Analysierstärke beträgt $\left(\frac{\Delta A_N}{A_N}\right)_{\text{glob.}} = 1,2\%$ (siehe Abschnitt 4.1.3). Da in die Spinkorrelationsparameter das Produkt PQ aus Strahl- und Targetpolarisation eingeht – siehe dazu (4.17), (4.20) und (4.23) – schlägt sich dieser Normierungsfehler in einem globalen Normierungsfehler

$$\left(\frac{\Delta PQ}{PQ}\right)_{\text{glob.}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta P}{P}\right)_{\text{glob.}}^2 + \left(\frac{\Delta Q}{Q}\right)_{\text{glob.}}^2} \quad (4.25)$$

für die Spinkorrelationsparameter nieder.

Mit

$$\left(\frac{\Delta P}{P}\right)_{\text{glob.}} = \left(\frac{\Delta Q}{Q}\right)_{\text{glob.}} = \left(\frac{\Delta A_N}{A_N}\right)_{\text{glob.}} \quad (4.26)$$

ergibt sich

$$\left(\frac{\Delta PQ}{PQ}\right)_{\text{glob.}} = \sqrt{2} \left(\frac{\Delta A_N}{A_N}\right)_{\text{glob.}} . \quad (4.27)$$

Dieser globale Normierungsfehler ist unabhängig von der Flattop-Energie und dem Normierungsfehler aus Abschnitt 4.2.5. Somit gilt für alle Spinkorrelationsparameter unabhängig vom Winkel θ und vom Impuls p_{lab}

$$\left(\frac{\Delta A_{NN}}{A_{NN}}\right)_{\text{glob.}} = \left(\frac{\Delta A_{SS}}{A_{SS}}\right)_{\text{glob.}} = \left(\frac{\Delta A_{SL}}{A_{SL}}\right)_{\text{glob.}} = \left(\frac{\Delta PQ}{PQ}\right)_{\text{glob.}} = 1,7\% . \quad (4.28)$$

4.2.7. Systematischer Fehler durch Schnitt auf inelastischen Untergrund

Für die elastische pp-Streuung im von EDDA vermessenen Energiebereich gibt es zu wenig Information über die Wirkungsquerschnitte der möglichen inelastischen Kanäle, als daß der Anteil des inelastischen Untergrundes in Monte-Carlo-Simulationen mit hinreichender Genauigkeit bestimmt werden könnte. Konsequenterweise wird also die Elastizität (zu diesem Begriff siehe Fußnote auf Seite 34) eines Ereignisses über das kinematische Defizit α quantifiziert. Um abzuschätzen, wie sich die Unterdrückung des inelastischen Untergrundes durch den Schnitt aus

4. Datenauswertung

Abschnitt 4.2.1 auf die rekonstruierten Observablen auswirkt, wurden Daten sortiert für verschiedene Werte von α_i^{\max} im Bereich⁷

$$5^\circ \leq \alpha^{\max} \leq 11^\circ, \quad \Delta\alpha^{\max} = 1^\circ. \quad (4.29)$$

Diese Vorgehensweise wird gewählt, da für die endgültige Datenanalyse nur α als Elastizitätskriterium zur Verfügung steht⁸. Was also realisiert wird, ist eine inklusive Schließung bzw. Öffnung der inelastischen Kanäle und jeweils Rekonstruktion der Observablen gegenüber der Situation für den gewählten Schnitt. Dadurch wird die Größenordnung des Fehlers abgeschätzt, den man macht, wenn man sich beim α -Schnitt auf ein bestimmtes α^{cut} festlegt.

Es liegen damit also nach der Sortierung (θ, φ) -Verteilungen $N_{\alpha^{\text{cut}}}(\theta, \varphi)$ für α^{cut} und $N_{\alpha_i^{\max}}(\theta, \varphi)$ für jedes α_i^{\max} vor, aus denen jeweils die Polarisationsobservablen rekonstruiert werden, so daß für jede Observable $A_{kl}(\theta)$ Werte $A_{kl}^{\alpha^{\text{cut}}}(\theta)$ und $A_{kl}^{\alpha_i^{\max}}(\theta)$ resultieren. Der systematische Fehler $\Delta A_{kl}^{\text{cut}}(\theta)$ durch den α -Schnitt auf inelastischen Untergrund wird konservativ abgeschätzt durch

$$\Delta A_{kl}^{\text{cut}}(\theta) = \max_{i=1\dots N} (|A_{kl}^{\alpha^{\text{cut}}}(\theta) - A_{kl}^{\alpha_i^{\max}}(\theta)|). \quad (4.30)$$

Die Wahl des Wertebereiches, innerhalb dessen α^{\max} variiert wurde, war geleitet von zwei Überlegungen:

1. Die α -Verteilungen haben ein Maximum bei α^{Peak} . α^{\max} sollte für keinen Impuls kleiner sein als α^{Peak} , da anderenfalls der abgeschätzte Fehler dominiert würde durch große Veränderungen der Statistik.
2. Werden zu große Werte für α^{\max} berücksichtigt, wird der Anteil der inelastischen Ereignisse unangemessen hoch angenommen und damit ebenfalls der Fehler künstlich überschätzt. Die Variation von α^{\max} wurde so gewählt, daß das maximal akzeptierte Raumwinkelelement $d\Omega_{\alpha^{\max}=11^\circ}$ ungefähr dem doppelten des nach dem α -Schnitt akzeptierten Raumwinkelementes $d\Omega_{\alpha^{\text{cut}}}$ entspricht.

In Abb. 4.3 werden exemplarisch für drei Flattop-Impulse die hier bestimmten systematischen Fehler mit den jeweiligen statistischen Fehlern der Observablen verglichen. Die dort gezeigten Graphen sind typisch für alle Flattop-Impulse.

⁷Mit α^{cut} soll im weiteren der für die endgültigen Daten angewandte Schnitt bezeichnet werden, mit α_i^{\max} die Maximalwerte für die Abschätzung der Variation der Werte der Observablen. Technisch, d.h., in der Bedeutung für die Sortierung, gibt es keinen Unterschied. Ein Ereignis, für das $\alpha > \alpha^{\text{cut}}$ bzw. $\alpha > \alpha_i^{\max}$ gilt, wird für den jeweiligen Datensatz verworfen.

⁸Im Prinzip wäre auch die Wahl des χ^2 -Wertes des Hardcallbacks `VertexFit` möglich. Grundsätzlich liefern α und dieser Wert äquivalente Information, so daß α wegen der größeren Anschaulichkeit gewählt wurde.

4.2. Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SS} und A_{SL}

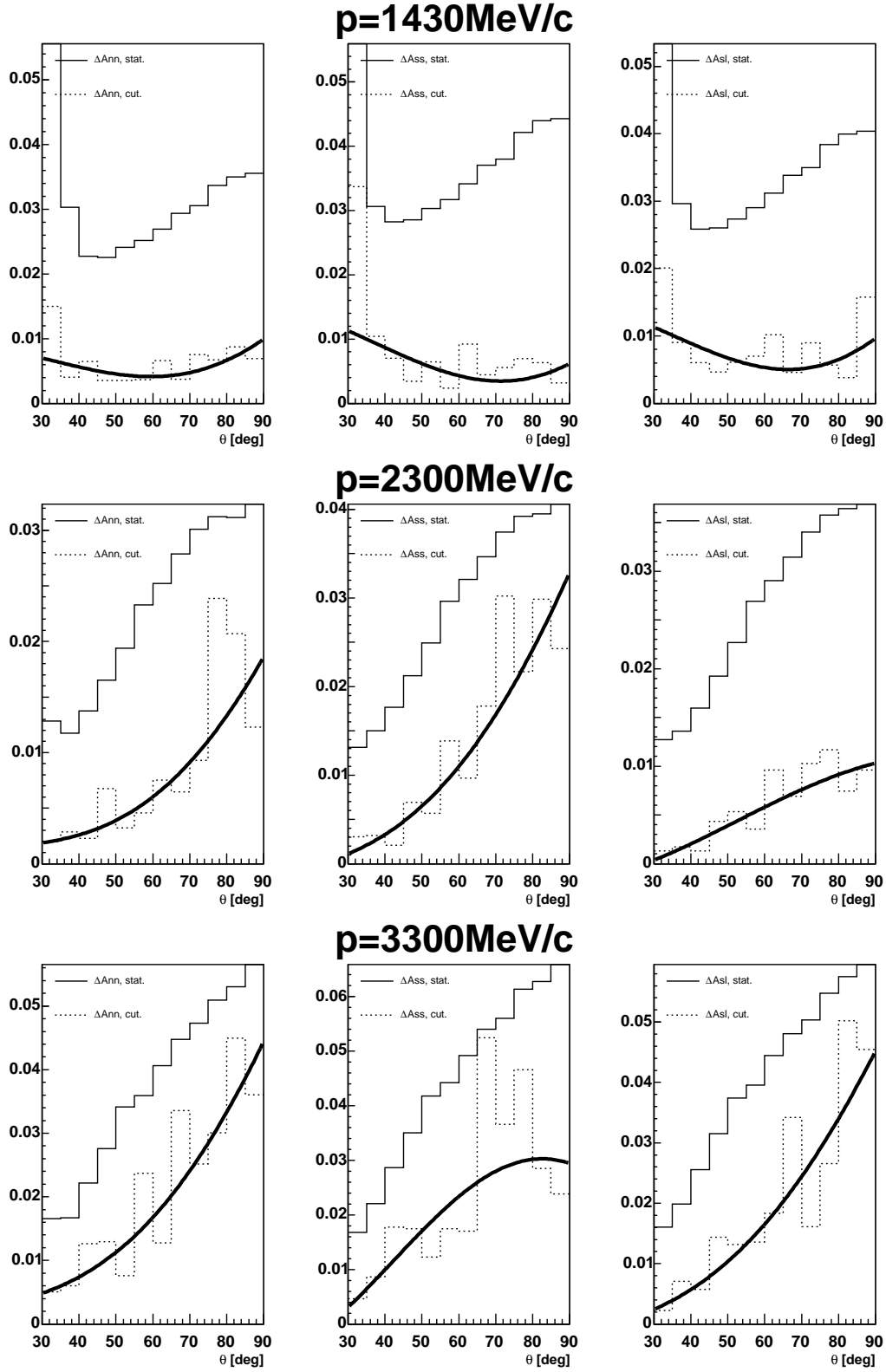


Abbildung 4.3.: Systematische Fehler durch inelastischen Untergrund und statistische Fehler im Vergleich für drei ausgewählte Flattop-Impulse; die durchgezogene Linie ist jeweils die nach Abschnitt 4.2.9 ermittelte Fitfunktion, die die endgültige Abschätzung des systematischen Fehlers definiert.

4.2.8. Konfidenztest für die systematischen Fehler

Um abzuschätzen, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, daß in Abschnitt 4.2.7 nicht lediglich mit der Statistik der Daten verträgliche Schwankungen festgestellt werden, muß ein entsprechender Konfidenztest durchgeführt werden. Die in Abb. 4.3 gezeigten Graphen deuten bereits darauf hin, daß die dort bestimmten systematischen Fehler mit den statistischen Fehlern korreliert sind. Für diese Abschätzung ist es nötig, die Verteilungen zu kennen, die den statistischen Schwankungen in den Observablen zugrundeliegen.

Ohne den Einfluß systematischer Effekte würde man erwarten, daß die Werte einer Observablen⁹ $A^{\alpha_i^{\max}}(\theta)$ normalverteilt um $A^{\alpha^{\text{cut}}}(\theta)$ streuen, daß also für jeden Winkel θ

$$x_i = A^{\alpha^{\text{cut}}}(\theta) - A^{\alpha_i^{\max}}(\theta) \quad (4.31)$$

gemäß einer Gaußverteilung $f(x, x_0, \sigma)$ mit $x_0 = 0$ verteilt ist. Im folgenden wird der Einfachheit halber θ nicht mehr mitgeschrieben, jede Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung gilt für jeweils einen Winkel θ .

Daraus folgt für die kumulative Verteilungsfunktion $F_N(x)$ von $x_{\max} = \max_{i=1\dots N}(|x_i|)$

$$F_N(x) = F^N(x), \text{ wobei } F(x) = \int_0^x f(x) dx. \quad (4.32)$$

Für die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung von x_{\max} gilt damit

$$f_N(x_{\max}) = NF(x_{\max})^{N-1} f(x_{\max}). \quad (4.33)$$

Im Falle der Gaußverteilung gilt: $F(x) = \text{erf}(x)$. Für die angewandte Variation von α^{\max} gilt

$$5^\circ \leq \alpha^{\max} \leq 11^\circ, \Delta\alpha^{\max} = 1^\circ \implies N = 7. \quad (4.34)$$

Um Aussagen aufgrund dieser Verteilung treffen zu können, müssen ihre Parameter abgeschätzt werden, d.h., Varianz und – zur Überprüfung – Mittelwert der zugrundeliegenden Gaußverteilung. Dieses wurde realisiert durch eine Monte-Carlo-Simulation der EDDA-Daten. Es wurden für jeden Flattop-Impuls $p(\theta, \varphi)$ -Verteilungen generiert, deren Wahrscheinlichkeitsdichte gemäß der Modulation des Wirkungsquerschnittes in (2.54) vorgegeben wurde. Simuliert wurden jeweils Verteilungen für alle 12 Kombinationen aus Strahl- und Targetpolarisation.

⁹ $A(\theta)$ steht in diesem Abschnitt stellvertretend für alle Spinkorrelationsparameter, $A(\theta)^{\alpha_i^{\max}}$ für den Wert der Observablen, rekonstruiert aus Ereignissen mit $\alpha \leq \alpha_i^{\max}$ und $A(\theta)^{\alpha^{\text{cut}}}$ für den Wert, rekonstruiert aus Ereignissen mit $\alpha \leq \alpha^{\text{cut}}$, wobei α^{cut} der endgültige impulsabhängige α -Schnitt ist.

4.2. Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SS} und A_{SL}

Um die Statistik der gemessenen Datensätze wiederzugeben, insbesondere die Änderung der analysierten Ereigniszahlen mit größerem oder kleinerem α , wurden die simulierten Ereigniszahlen N_p über die gemessenen α -Verteilungen angepaßt:

$$N_p = \underbrace{\int_{\alpha=0^\circ}^{\alpha=1^\circ} n(\alpha) d\alpha}_{N_1^{\text{sim}}} + \underbrace{\int_{\alpha=1^\circ}^{\alpha=2^\circ} n(\alpha) d\alpha}_{N_2^{\text{sim}}} + \cdots + \underbrace{\int_{\alpha=15^\circ}^{\alpha=16^\circ} n(\alpha) d\alpha}_{N_{16}^{\text{sim}}} \quad (4.35)$$

Der Datensatz M mit der Ereigniszahl

$$N_M^{\text{sim}} = \sum_{i=1}^M N_i^{\text{sim}} \quad (4.36)$$

wird durch Addition der Winkelverteilungen für die einzelnen α -Intervalle erzeugt. Die Statistik der gemessenen Daten wird also simuliert sowohl hinsichtlich der Ereigniszahlen als auch der Korrelation der Ereignismengen für verschiedene Werte von α .

Die Simulation der Daten erfolgt dergestalt, daß die Standard-Analyseprogramme auf sie angewandt werden können, um die Observablen zu rekonstruieren.

Für jeden Impuls wurden 100 Datensätze simuliert, jeweils die Observablen nach dem Verfahren aus Abschnitt 4.2.4 berechnet und auf diese Daten dann die Prozedur aus Abschnitt 4.2.7 angewandt. Aus allen diesen Ergebnissen wurden dann jeweils für jede Observable und jeden Winkel θ die Werte x_i aus (4.31) histogrammiert. Dieses diente zum einen der Verifikation, daß sie einer Normalverteilung folgen, zum anderen der Bestimmung der Parameter der Verteilung durch die Anpassung einer Gaußverteilung an das entsprechende Histogramm und damit der Bestimmung der Parameter x_0 (Mittelwert) und σ . Ein Beispiel für eine derartige simulierte Verteilung findet sich in Abbildung 4.4.

Mit den daraus bestimmten Parametern der Verteilungen für die x_i können die ermittelten systematischen Fehler einem Nullhypothesentest unterzogen werden. Die aufgestellte Nullhypothese für jede Observable $A(\theta)$ für jeden Winkel θ lautet:

Das in (4.30) definierte Maximum x_{max} der Fluktuationen der Observablen $A(\theta)$ bei Variation des α -Schnittes folgt aus statistischen Schwankungen.

Die Wahrscheinlichkeit \tilde{P} , mit der diese Nullhypothese verworfen werden kann, ergibt sich zu

$$\tilde{P} = 1 - P(|x| \geq x_{\text{max}}) = \text{erf}^N(x_{\text{max}}) . \quad (4.37)$$

Als Ergebnis dieser Analyse liegen *Konfidenzprofile* $\tilde{P}(\theta)$ für jede Observable und jeden Impuls vor, die nach (4.37) für jeden Winkel θ die Wahrscheinlichkeit dafür angeben, mit der ausgeschlossen werden kann, daß der festgestellte Effekt rein statistischer Natur ist.

4. Datenauswertung

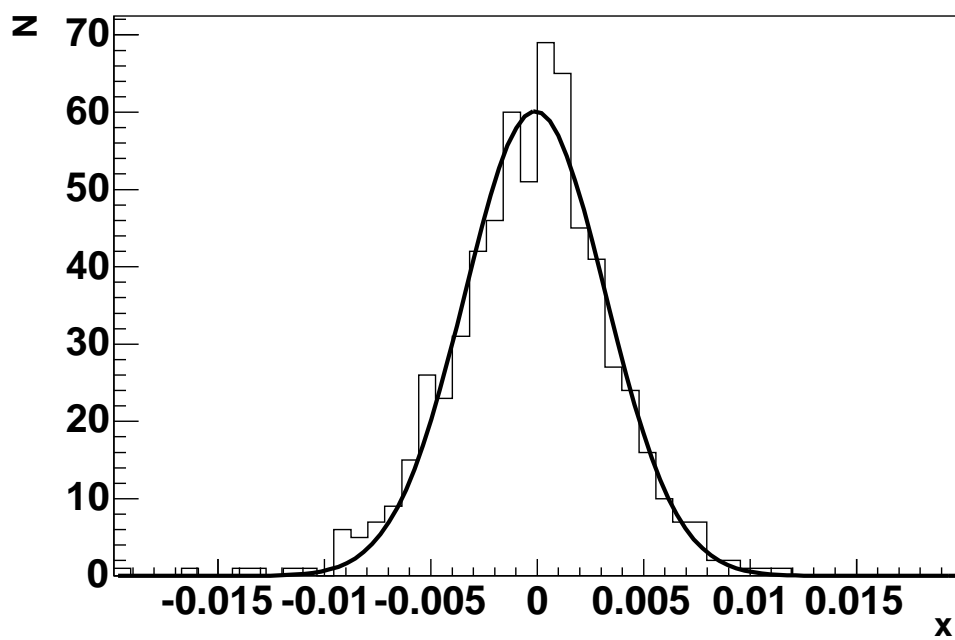


Abbildung 4.4.: Beispiel für eine simulierte Verteilung von x_i und angepaßter Gaußverteilung.

Wie aus Abbildung 4.5 ersichtlich, zeichnet sich eine Tendenz zu höheren Konfidenzniveaus bei höheren Impulsen ab. Das läßt sich dadurch erklären, daß dort die Wahrscheinlichkeit inelastischer Untergrundereignisse höher ist als bei niedrigeren Impulsen, also eine Variation des Wertes für α^{\max} mit größerer Wahrscheinlichkeit nicht nur die Statistik des Datensatzes verändert, sondern auch den Anteil inelastischen Untergrundes.

Insgesamt ist der Anteil von Datenpunkten mit einem Konfidenzniveau von über 50% so groß, daß die erhaltenen Fehler global als nicht statistisch angenommen werden. Daß auch Fehler mit niedrigem Konfidenzniveau übernommen werden, führt zu einer konservativen Abschätzung.

4.2.9. Unterdrückung statistischer Fluktuationen für die systematischen Fehler

Die in Abschnitt 4.2.7 ermittelten Winkelverteilungen der geschätzten systematischen Fehler weisen Fluktuationen auf, die statistischer Natur sind.

Um diese statistischen Schwankungen zu eliminieren, werden an die Winkelverteilungen für $\Delta A(\theta)_{kl}^{\text{cut}}$ (siehe 4.30) geeignete Funktionen $\Delta A(\theta)_{kl}^{\text{sys}}$ angepaßt.

4.2. Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SS} und A_{SL}

Die Wahl fiel hierbei auf Funktionen der Form

$$\Delta A(\theta)_{kl}^{\text{sys}} = a_0 + a_1 \cos \theta + a_2 \cos^2 \theta , \quad (4.38)$$

da diese den mittleren Verlauf der Daten gut beschreiben.

Die so erhaltenen Werte $\Delta A(\theta)_{kl}^{\text{sys}}$ werden als endgültige Abschätzung der systematischen Fehler in den Tabellen des Anhangs A angegeben. In Abb. 4.3 werden die Fitfunktionen beispielhaft für drei Flattop-Impulse gezeigt.

4. Datenauswertung

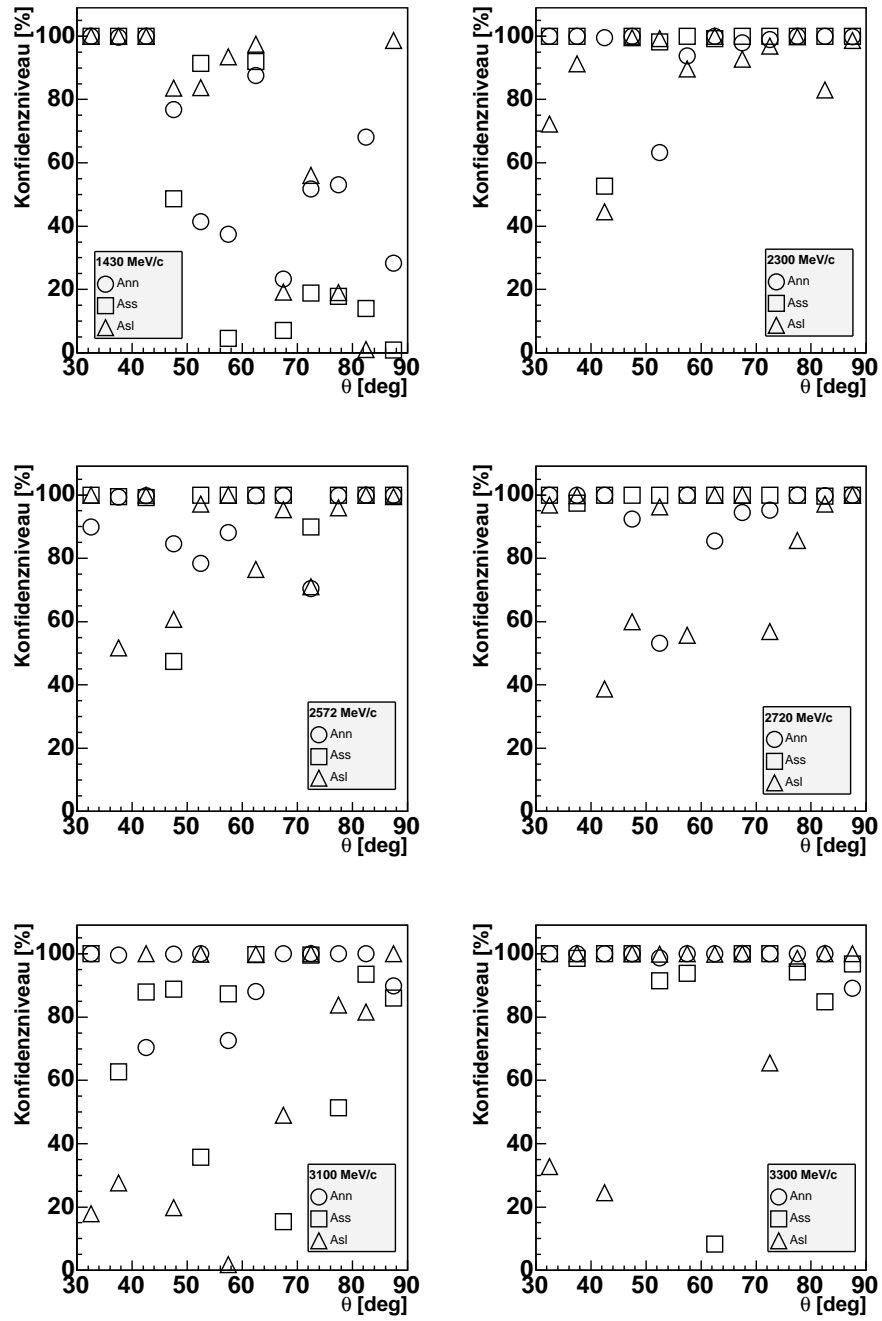


Abbildung 4.5.: Konfidenzniveaus der systematischen Fehler für sechs Flattop-Impulse

4.2.10. Konsistenz und Kombination der beiden Datensätze für $p = 3300 \text{ MeV}/c$

Spinkorrelationsparametermessungen für den Flattop-Impuls $p = 3300 \text{ MeV}/c$ wurden sowohl in der Strahlzeit 18 als auch in der Strahlzeit 19 durchgeführt. Auf beide Datensätze wurde getrennt die in Abschnitt 4.2.2 beschriebene Sortierung mit resultierenden (θ, φ) -Winkelverteilungen angewandt, aus denen gemäß Abschnitt 4.2.4 die Spinkorrelationsparameter berechnet wurden. Die vorsortierten Winkelverteilungen einfach zu addieren, ist zum einen im Rahmen der Standard-Analyseprozedur nicht durchführbar¹⁰, zum anderen erlaubt die getrennte Analyse beider Datensätze eine Konsistenzüberprüfung über die resultierenden Observablen.

Observable

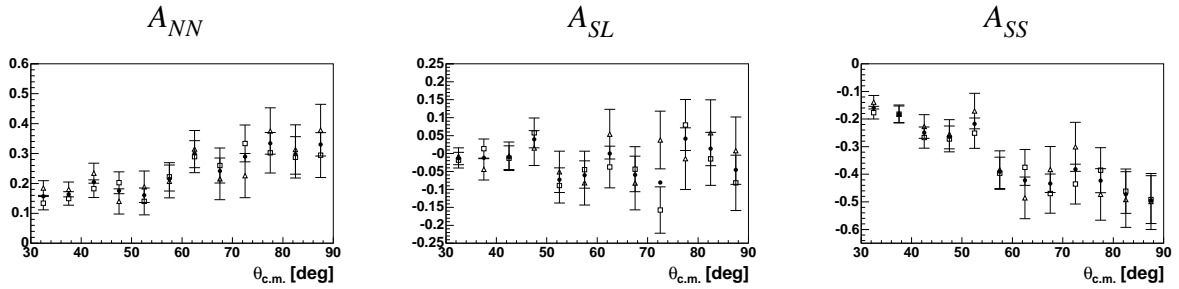


Abbildung 4.6.: Winkelverteilungen der Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SL} und A_{SS} für die Strahlzeiten 18 (□) und 19 (△) sowie deren gewichtetes Mittel (●) (Mittelwert übersichtlichkeitshalber hier ohne Fehlerbalken)

Für jede Observable A_{ij} liegen zwei diskrete Winkelverteilungen $A_{ij}^{(18)}(\theta)$ und $A_{ij}^{(19)}(\theta)$ vor. Aus Abbildung 4.6 ist ersichtlich, daß die Fehlerbalken fast aller Datenpunkte einander überlappen, was bereits ein Hinweis auf die Konsistenz beider Datensätze ist.

Über einen χ^2 -Test wird nun die Hypothese getestet, daß die Annahme $A_{ij}^{(18)}(\theta) - A_{ij}^{(19)}(\theta) = 0$ mit der Statistik der Daten verträglich ist. Die reduzierte χ^2 -Funktion ist also definiert als:

$$\chi_{\text{red.}}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(\frac{A_{ij}^{(18)}(\theta_k) - A_{ij}^{(19)}(\theta_k)}{\sigma[A_{ij}^{(18)}(\theta_k) - A_{ij}^{(19)}(\theta_k)]} \right)^2 \quad (4.39)$$

Damit erhält man für die drei Observablen die Ergebnisse:

Observable	A_{NN}	A_{SS}	A_{SL}
$\chi_{\text{red.}}^2$	0,75	0,55	0,79

¹⁰Durch unterschiedliche Zykluslängen sind die in die Auswertung eingehenden Strahlintensitäts- und Totzeitinformationen zueinander inkompatibel.

4. Datenauswertung

Mit diesen Ergebnissen für χ^2 können die Daten als konsistent betrachtet werden. Der endgültige Datensatz für $p = 3300 \text{ MeV/c}$ wird durch die gewichteten Mittel der Winkelverteilungen für beide Strahlzeiten gegeben.

Systematische Fehler

Die Behandlung der gemäß Abschnitt 4.2.7 bestimmten systematischen Fehler muß noch gesondert diskutiert werden. Für die dort erhaltenen Werte $\Delta A_{ij}^{\text{cut}}(\theta)$ liegen keine statistischen Fehler vor. Jedoch ist die Genauigkeit dieser Werte abhängig von der Anzahl der Ereignisse, die in ihre Bestimmung eingegangen sind, also von der Genauigkeit der Observablen selbst. Es ist also gerechtfertigt, ein gewichtetes Mittel von $\Delta A_{ij}^{\text{cut}}(\theta)$ über beide Strahlzeiten zu bilden, wobei die Gewichtungsfaktoren die statistischen Fehler $\Delta A_{ij}(\theta)$ der Observablen selbst sind. $\Delta A_{ij}(\theta)$ ist sicher nicht der Fehler für $\Delta A_{ij}^{\text{cut}}(\theta)$, was aber keine Rolle spielt, da es hierbei lediglich auf die relative Größe von $\Delta A_{ij}^{(18)}(\theta)$ und $\Delta A_{ij}^{(19)}(\theta)$ für eine adäquate Gewichtung der jeweiligen Werte aus beiden Strahlzeiten ankommt und die gewichtete Mittelung keinen statistischen Fehler für $\Delta A_{ij}^{\text{cut}}(\theta)$ zu liefern hat.

Impulsabhängiger Normierungsfehler

Auch für den Normierungsfehler liegen jeweils die Werte $\left(\frac{\Delta PQ}{PQ}\right)_{18}$ und $\left(\frac{\Delta PQ}{PQ}\right)_{19}$ für die Strahlzeit 18 bzw. die Strahlzeit 19 vor. Um die relative Normierungsunsicherheit $\frac{\Delta PQ}{PQ}$ für die Kombination der Daten beider Strahlzeiten zu erhalten, wird der Mittelwert der einzelnen Werte gebildet. Dabei wird berücksichtigt, daß für die Observablen das gewichtete Mittel gebildet wurde und daß der relative Normierungsfehler mit der Anzahl der Datenpunkte korreliert ist (siehe dazu Tabelle 4.1). Beim einfachen arithmetischen Mittel trüge man nicht der Tatsache Rechnung, daß eine größere Anzahl von analysierten Ereignissen sich in einem kleineren Normierungsfehler niederschlägt.

Deshalb wird für die beiden Normierungsfehler $\left(\frac{\Delta PQ}{PQ}\right)_{18}$ und $\left(\frac{\Delta PQ}{PQ}\right)_{19}$ das Mittel $\overline{\left(\frac{\Delta PQ}{PQ}\right)}$ gebildet als

$$\overline{\left(\frac{\Delta PQ}{PQ}\right)} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{\left(\frac{\Delta PQ}{PQ}\right)_{18}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\left(\frac{\Delta PQ}{PQ}\right)_{19}}\right)^2}}. \quad (4.40)$$

Mit den Werten $\left(\frac{\Delta PQ}{PQ}\right)_{18} = 3,8\%$ und $\left(\frac{\Delta PQ}{PQ}\right)_{19} = 4,0\%$ ergibt sich für den Mittelwert

$$\overline{\left(\frac{\Delta PQ}{PQ}\right)} = 2,8\% . \quad (4.41)$$

5. Effektive Polarisation für die Analysierstärke-Messungen und Ergebnisse für A_N

5.1. Akzeptanz und effektive Polarisation

Der EDDA-Detektor mißt Anregungsfunktionen und Winkelverteilungen von Observablen der elastischen Proton-Proton-Streuung im relativistischen Regime. Demgemäß wird die Beziehung der Streuwinkel θ_1 und θ_2 der beiden gestreuten Teilchen beschrieben durch die Gleichung (2.3).

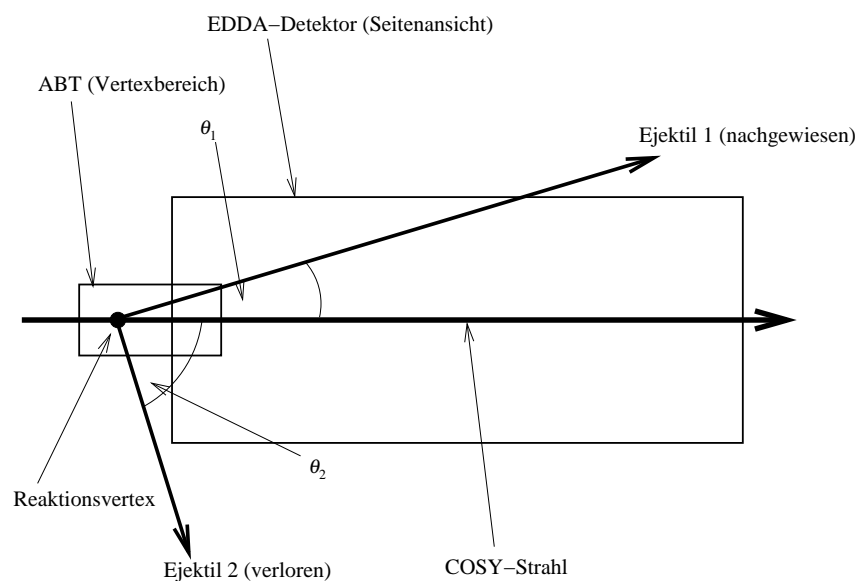


Abbildung 5.1.: Nichtdetektion von Ereignissen hin zu niedrigeren Strahlimpulsen

Ein elastisches Ereignis wird nachgewiesen, wenn zwei Protonen koinzident den Detektor treffen. Wegen (2.3) können Ereignisse bei kleineren z -Vertex Koordinaten (in Strahlrichtung weiter „hinten“ liegende Vertizes) nicht mehr nachgewiesen werden, wenn das Ejektil 2 den Detektor nicht trifft (Abb. 5.1, siehe auch Abb. 2.1, links). Diese Situation ergibt sich bei niedrigen

5. Effektive Polarisation bei A_N -Messungen

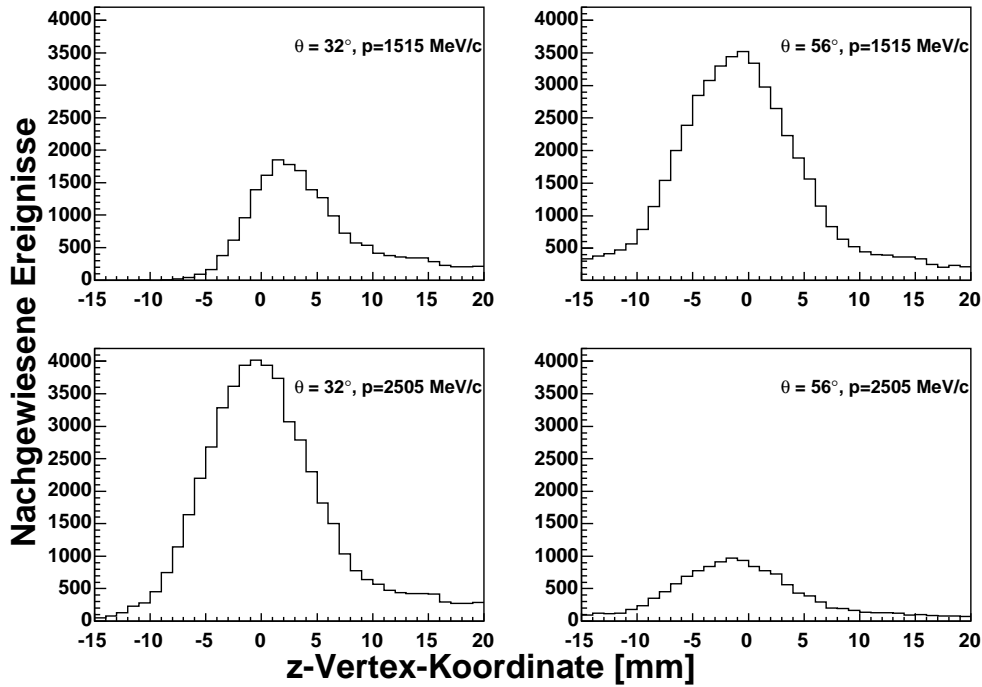


Abbildung 5.2.: z -Vertex-Profile für verschiedene θ - p -Tupel

Strahlimpulsen und einem kleinen Streuwinkel von Ejektil 1, d.h., dem Vorwärtswinkelbereich der auf θ_1 bezogenen θ -Winkelverteilung im Schwerpunktsystem.

Der Verlust von Ereignissen bei (θ, p) -Tupeln mit kleinen Werten für θ und p wird durch die vier z -Vertex-Profile in Abb. 5.2 illustriert. Dabei ist zu beachten, daß die Höhe der Peaks nicht akzeptanzbedingt ist, sondern durch die Unterschiede des Wirkungsquerschnittes $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, p)$ und der Luminosität. Der Einfluß der Detektorakzeptanz in Abhängigkeit von θ und p wird in Abb. 5.3 verdeutlicht. Hier und im folgenden beziehen sich „volle“ und „reduzierte“ Detektorakzeptanz auf das nach den angewandten Vertexschnitten betrachtete ABT-Volumen. Deutlich wird der Einfluß der Detektorakzeptanz insbesondere dadurch, daß in Abb. 5.3 der Zählratenverlauf nicht dem Verlauf des Wirkungsquerschnittes folgt. Entlang Schnitten mit $\theta = \text{const.}$ allerdings ist dieses Argument mit Vorsicht anzuwenden, da die Luminosität auch von p abhängt, weil bei Impulsen der Flattop-Messungen die integrierte Luminosität größer als bei den nur in der Rampe vorkommenden Impulsen ist. Im interessierenden (θ, p) -Bereich allerdings treten keine Flattop-Impulse auf, so daß hier ein Vergleich von $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, p)$ und $N(\theta, p)$ sehr wohl zur Beurteilung der Detektorakzeptanz herangezogen werden kann.

Wäre nun die Polarisation des ABT über das gesamte berücksichtigte Vertexvolumen konstant, so gäbe es keinen Anlaß zu einer Korrektur gemessener Polarisationsobservabler, da lediglich die effektive Luminosität reduziert würde, diese jedoch in die Auswertung nicht eingeht. Betrachtet man die Projektion der ABT-Polarisation auf die z -Koordinate (Abb. 5.4), so wird klar, daß die effektive, d.h., über das Vertexvolumen gemittelte Polarisation sehr wohl vom berücksichtigten

5.1. Akzeptanz und effektive Polarisation

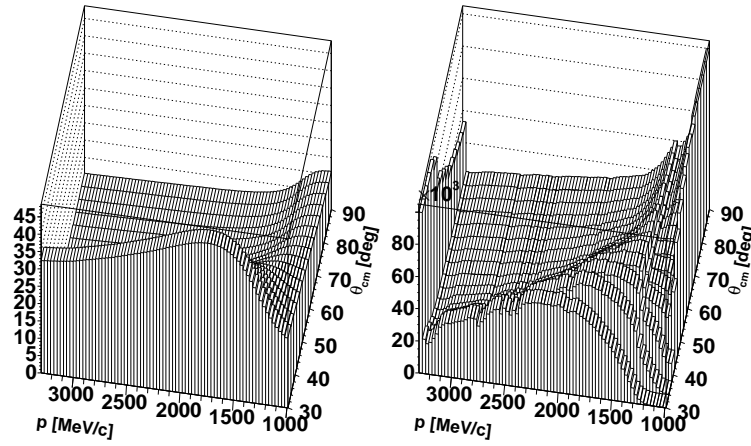


Abbildung 5.3.: $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) d\Omega$ [mb] (links) und nachgewiesene Ereignisse in der (θ, p) -Ebene (rechts)

ABT-Untervolumen, also von der oben diskutierten Akzeptanz, abhängt. Die Ursache dieser z -Abhängigkeit ist der zum Rand des akzeptierten Targetvolumens hin größer werdende Anteil von unpolarisiertem Restgas im Strahlrohr.

5. Effektive Polarisation bei A_N -Messungen

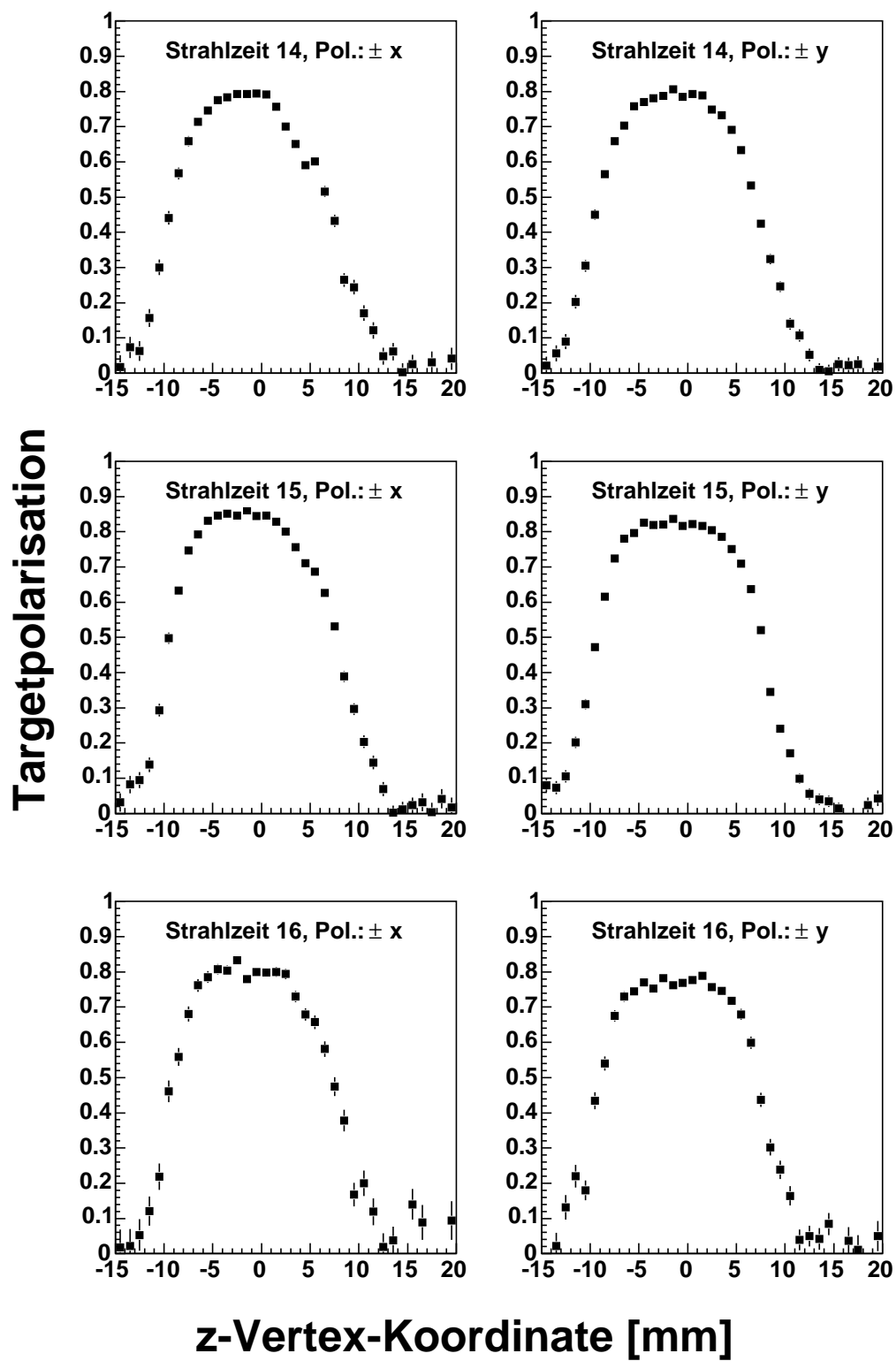


Abbildung 5.4.: Polarisationsprofile für das ABT, Strahlzeiten 14-16

5.2. Korrektur auf die effektive Polarisation

5.2.1. Der Korrekturfaktor R

Um die Ergebnisse für die Analysierstärke A_N auf die effektive Polarisation zu korrigieren oder gar mehr (θ, p) -Tupel in die Analyse miteinzubeziehen, bedarf es einer selbstkonsistenten Korrektur der Daten. Das heißt, daß keine Annahme über den Verlauf der Funktion $A_N(\theta, p)$ gemacht werden darf, da es sich hierbei um die zu messende Größe handelt.

Da die Anzahl der verlorenen Ereignisse vom z -Vertex abhängt, wird das ABT in K Subvolumina (Scheiben) unterteilt, die an Koordinaten z_m , $1 \leq m \leq K$, zentriert sind. Die über das innerhalb der Akzeptanz liegende Targetvolumen gemittelte Targetpolarisation \bar{Q} wird angenommen als

$$\bar{Q}(\theta, p) = \frac{\sum_{m=1}^K Q_m(\theta, p) N_m(\theta, p)}{\sum_{m=1}^K N_m(\theta, p)} = \frac{\sum_{m=1}^K Q_m(\theta, p) N_m(\theta, p)}{N}. \quad (5.1)$$

$N_m(\theta, p)$ ist die Anzahl aller Ereignisse, die in die Rekonstruktion von $Q_m(\theta, p)$ eingegangen sind. Also ist $\bar{Q}(\theta, p)$ das gewichtete Mittel über die aus den einzelnen Target-Subvolumina resultierenden Werte¹ $Q_m(\theta, p)$.

Das Ziel der Überlegungen ist es, einen Näherungsausdruck für

$$R(\theta, p, \theta_v, p_v) = \frac{\bar{Q}(\theta, p)}{\bar{Q}_v(\theta_v, p_v)} \quad (5.2)$$

zu finden. Dabei bezeichnet (θ_v, p_v) ein (θ, p) -Tupel mit voller Detektorakzeptanz. Im folgenden werden alle Größen, die sich auf (θ, p) -Tupel mit voller Detektorakzeptanz beziehen, mit dem Subskript v bezeichnet. Für (θ, p) und die daraus folgende Bedeutung von $R(\theta, p, \theta_v, p_v)$ wird folgende Unterscheidung getroffen:

- Volle Detektorakzeptanz bei $(\theta, p) \rightarrow$ die Bedingung $R(\theta, p, \theta_v, p_v) \approx 1$ kann zur Überprüfung voller effektiver Polarisation verwendet werden, besonders in Grenzbereichen der Akzeptanz.
- Reduzierte Detektorakzeptanz bei $(\theta, p) \rightarrow R(\theta, p, \theta_v, p_v)$ kann zur Korrektur der effektiven Polarisation verwendet werden, um auch in diesen Bereichen noch Werte für A_N zu erhalten.

¹Die Bezeichnung „aus den einzelnen Target-Subvolumina resultierende Werte“ soll heißen, daß es sich um Werte handelt, die aus Ereignissen rekonstruiert wurden, deren Streuung in den betreffenden Subvolumina stattgefunden hat.

5. Effektive Polarisation bei A_N -Messungen

Mit (5.1) und (5.2) und entsprechender Indizierung folgt

$$R(\theta, p, \theta_v, p_v) = \frac{N_v}{N} \frac{A_{N_v}}{A_N} \frac{\sum_{m=1}^K \epsilon_m N_m}{\sum_{m=1}^K \epsilon_{v,m} N_{v,m}} . \quad (5.3)$$

Die jeweilige Targetpolarisation in den einzelnen K Target-Subvolumina ist unabhängig von (θ, p) , also gilt

$$Q_{v,m} = Q_m \Rightarrow \epsilon_m = \frac{A_N}{A_{N_v}} \epsilon_{v,m} . \quad (5.4)$$

Damit folgt dann

$$R(\theta, p, \theta_v, p_v) = \frac{N_v}{N} \frac{\sum_{m=1}^K \epsilon_{v,m} N_m}{\sum_{m=1}^K \epsilon_{v,m} N_{v,m}} . \quad (5.5)$$

Alle in (5.5) eingehenden Größen können direkt aus den Daten rekonstruiert werden. Dazu werden die Daten für die Strahlzeiten 14, 15 und 16 jeweils sortiert im Bereich $30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$, $\Delta\theta = 4^\circ$ und $990 \text{ MeV}/c \leq p \leq 3300 \text{ MeV}/c$, $\Delta p = 30 \text{ MeV}/c$. In Abb. 5.5 wird der typische Verlauf von $R(\theta, p)$ und in Abb. 5.6 der zugehörige statistische Fehler gezeigt.

Um weiterhin die in den Daten enthaltene Information zum Zweck der Korrektur möglichst gut auszunutzen und damit den Fehler für den Korrekturfaktor zu verringern, wird ein ganzer (θ, p) -Bereich mit voller Akzeptanz festgesetzt und Korrekturfaktoren $R(\theta, p, \theta_v^i, p_v^i)$ für alle (θ_v^i, p_v^i) aus diesem Bereich bestimmt. Das arithmetische Mittel

$$\bar{R}(\theta, p) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L R(\theta, p, \theta_v^i, p_v^i) \quad (5.6)$$

über alle L Tupel in diesem Bereich wird als endgültiger Korrekturfaktor angenommen. Für die Analyse wurde der Bereich $(\theta, p) \in [40^\circ, 52^\circ] \times [1500 \text{ MeV}/c, 2000 \text{ MeV}/c]$ ausgewählt. Das hier zugrundegelegte Kriterium ist hohe Analysierstärke und gleichzeitig hoher differentieller Wirkungsquerschnitt, um sowohl möglichst große Asymmetrien als auch gute Statistik zu erlangen.

Die Ergebnisse für \bar{R} aus den drei Strahlzeiten 14, 15 und 16 sind miteinander im Rahmen der Fehler verträglich. Weiterhin ist keine Abhängigkeit dieser Größe von der ABT-Polarisationsrichtung festzustellen. Somit kann das gewichtete Mittel der Ergebnisse aller Strahlzeiten und aller ABT-Polarisationsrichtungen als endgültiger Korrekturfaktor $\bar{\bar{R}}$ gebildet werden (siehe Abb. 5.7).

5.2. Korrektur auf die effektive Polarisation

Da die Polarisation in (5.5) nicht mehr vorkommt und nur eine Asymmetrie in die Gleichung eingeht, kann man folgende heuristische Interpretation für \bar{R} angeben: \bar{R} beschreibt, wie sich die effektive Asymmetrie für ein Tupel (θ_v, p_v) mit voller Akzeptanz ändert, wenn man die Asymmetrien $\varepsilon_i(\theta_v, p_v)$ den Akzeptanzbedingungen eines Tupels (θ, p) mit reduzierter Akzeptanz unterwirft.

5. Effektive Polarisation bei A_N -Messungen

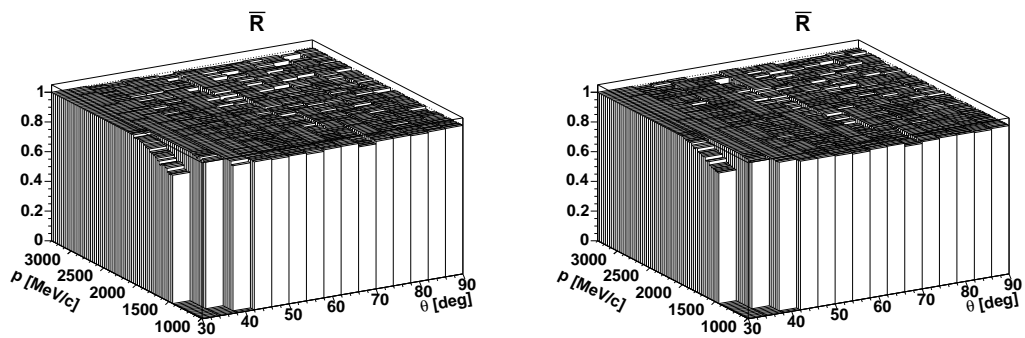


Abbildung 5.5.: Korrekturfaktor \bar{R} , Strahlzeit 14, x - und y -Polarisation

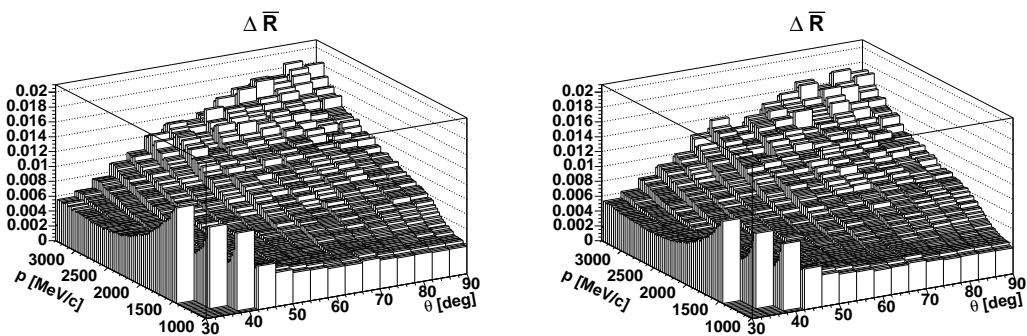


Abbildung 5.6.: Fehler $\Delta \bar{R}$, Strahlzeit 14, x - und y -Polarisation

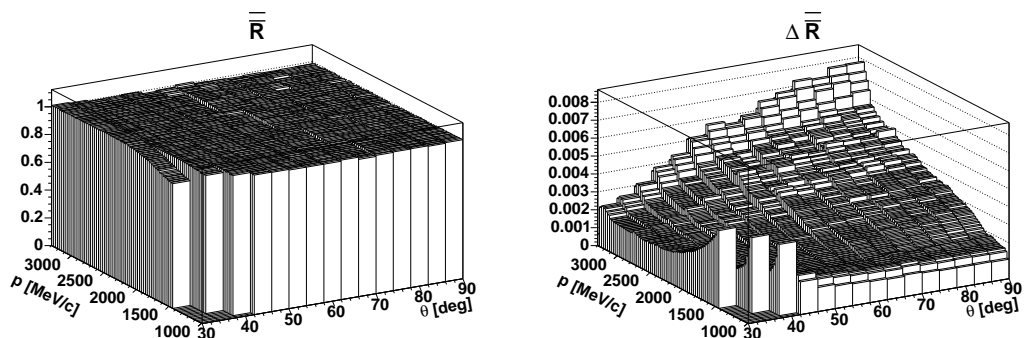


Abbildung 5.7.: Gemittelter Korrekturfaktor $\bar{\bar{R}}$ (alle Strahlzeiten, alle Polarisationsrichtungen)

5.2.2. Nichtlinearität des Ohlsen-Verfahrens und der Korrekturfaktor R

Die Analysierstärkemessungen wurden durchgeführt, indem die Polarisationsrichtung des ABT zwischen $\pm x$ bzw. $\pm y$ gewechselt wurde. Das heißt, daß die betrachteten Asymmetrien „unten/oben-“ bzw. „links/rechts-“ Asymmetrien sind. Im folgenden wird verallgemeinert von A/B -Asymmetrien die Rede sein, wobei A bzw. B für unten (links) bzw. oben (rechts) stehen.

Gemäß der in [Ohl73] vorgestellten Methode sind Asymmetrien $\varepsilon(\theta, p)$ definiert als

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{A^+B^-} - \sqrt{A^-B^+}}{\sqrt{A^+B^-} + \sqrt{A^-B^+}}. \quad (5.7)$$

Die Superskripte „+“ und „-“ stehen für das Vorzeichen der Targetpolarisation ($\pm|Q_x|$ oder $\pm|Q_y|$) in EDDA-Koordinaten.

Für Ereignisse aus einem der K ABT-Subvolumina schreibt sich (5.7) als

$$\varepsilon_m = \frac{\sqrt{A_m^+B_m^-} - \sqrt{A_m^-B_m^+}}{\sqrt{A_m^+B_m^-} + \sqrt{A_m^-B_m^+}}. \quad (5.8)$$

Die Gewichtungsfaktoren N und N_m der oben erwähnten gewichteten Mittel, die in R eingehen, sind

$$N = A^+ + A^- + B^+ + B^- \quad (5.9)$$

$$N_m = A_m^+ + A_m^- + B_m^+ + B_m^-. \quad (5.10)$$

Damit gilt offensichtlich

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\sqrt{\sum_{m=1}^K A_m^+ \sum_{m=1}^K B_m^-} - \sqrt{\sum_{m=1}^K A_m^- \sum_{m=1}^K B_m^+}}{\sqrt{\sum_{m=1}^K A_m^+ \sum_{m=1}^K B_m^-} + \sqrt{\sum_{m=1}^K A_m^- \sum_{m=1}^K B_m^+}} \\ &\neq \\ \bar{\varepsilon} &= \frac{\sum_{m=1}^K N_m \frac{\sqrt{A_m^+B_m^-} - \sqrt{A_m^-B_m^+}}{\sqrt{A_m^+B_m^-} + \sqrt{A_m^-B_m^+}}}{N}. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Gleichheit gilt für den Fall einfacher Asymmetrien $\varepsilon = \frac{A-B}{A+B}$.

5. Effektive Polarisation bei A_N -Messungen

Mit anderen Worten – (5.1) muß grundsätzlich als Näherung betrachtet werden. Jedoch können die Größen auf beiden Seiten der Gleichung (5.11) direkt aus den Daten rekonstruiert werden. Das Verhältnis

$$\kappa(\theta, p) = \frac{\bar{\varepsilon}(\theta, p)}{\varepsilon(\theta, p)} \quad (5.12)$$

der beiden unterschiedlich definierten mittleren Asymmetrien auf beiden Seiten von (5.11) für die niedrigsten vier θ -Bins ist in Abb. 5.8 dargestellt. Für diese Größe kann ein statistischer Fehler bestimmt werden. In (θ, p) -Bereichen, in denen im Rahmen dieses Fehlers $\kappa(\theta, p) = 1$ gilt, kann die Gültigkeit von (5.1) angenommen werden.

5.2.3. Auswahl der (θ, p) -Bereiche für die Korrektur

Hinsichtlich der Korrektur werden die Werte für A_N in drei Kategorien eingeteilt:

- (i) von der Korrektur nicht betroffene Werte (bei weitem die meisten Werte)
- (ii) durch die Korrektur geänderte Werte
- (iii) vor der Korrektur wegen des Akzeptanzschnittes verworfene Werte

Betrachtet man Anregungsfunktionen $A_N(p)$, so heißt das, daß zu den Kategorien (ii) und (iii) gehörende Werte nur in $A(p)_{\theta_1=32^\circ}$, $A(p)_{\theta_2=36^\circ}$, $A(p)_{\theta_3=40^\circ}$ und $A(p)_{\theta_4=44^\circ}$ vorkommen, da für größere θ innerhalb der statistischen Fehler $R(p) = 1$ gilt. Einen Überblick über die hinzugekommenen Datenpunkte aus Kategorie (iii) gibt Abb. 5.9.

Nun muß ein geeignetes Kriterium gewählt werden, das es gestattet, einen Wert p_{\min, θ_i} für jede der vier betrachteten Funktionen $A(p)_{\theta_i}$ festzulegen, unterhalb dessen die Eigenschaften von $R(p)_{\theta_i}$ und $\kappa(p)_{\theta_i}$ Anlaß geben, die Werte $A(p < p_{\min, \theta_i})_{\theta_i}$ zu verwerfen.

Zuerst wird jeweils der Wert p gesucht, für den die Funktionen $R(p)_{\theta_i}$ flach werden. Dies ist anwendbar für $\theta_1 = 32^\circ$ und $\theta_2 = 36^\circ$. Die so gefundenen Minimalimpulse liegen am Minimum der Akzeptanz, d.h., die Grenze des Targetvolumens ist erreicht.

Des weiteren werden alle Werte verworfen, für die

$$\kappa < 0,95 \text{ oder } \kappa > 1,05 \text{ oder } \Delta\kappa > 0,1 \quad (5.13)$$

gilt.

Dies begründet sich dadurch, daß für $\kappa = 1$ die Anwendbarkeit der Näherung (5.11) angenommen wird.

5.2. Korrektur auf die effektive Polarisation

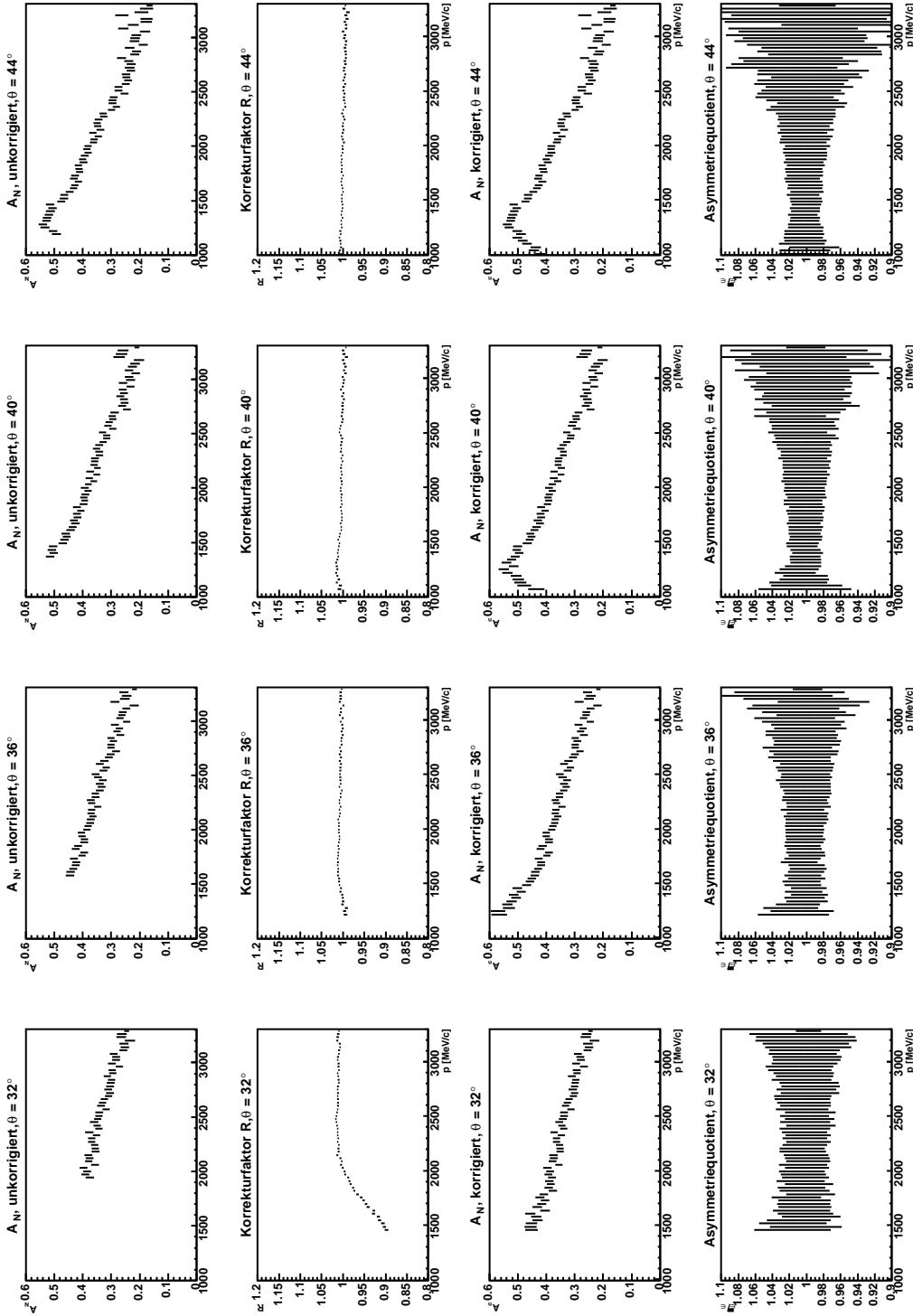


Abbildung 5.8.: Von oben nach unten in den Reihen abgebildet: A_N unkorrigiert, Korrekturfaktor R , korrigiertes A_N , Asymmetrie-Verhältnis κ

5. Effektive Polarisation bei A_N -Messungen

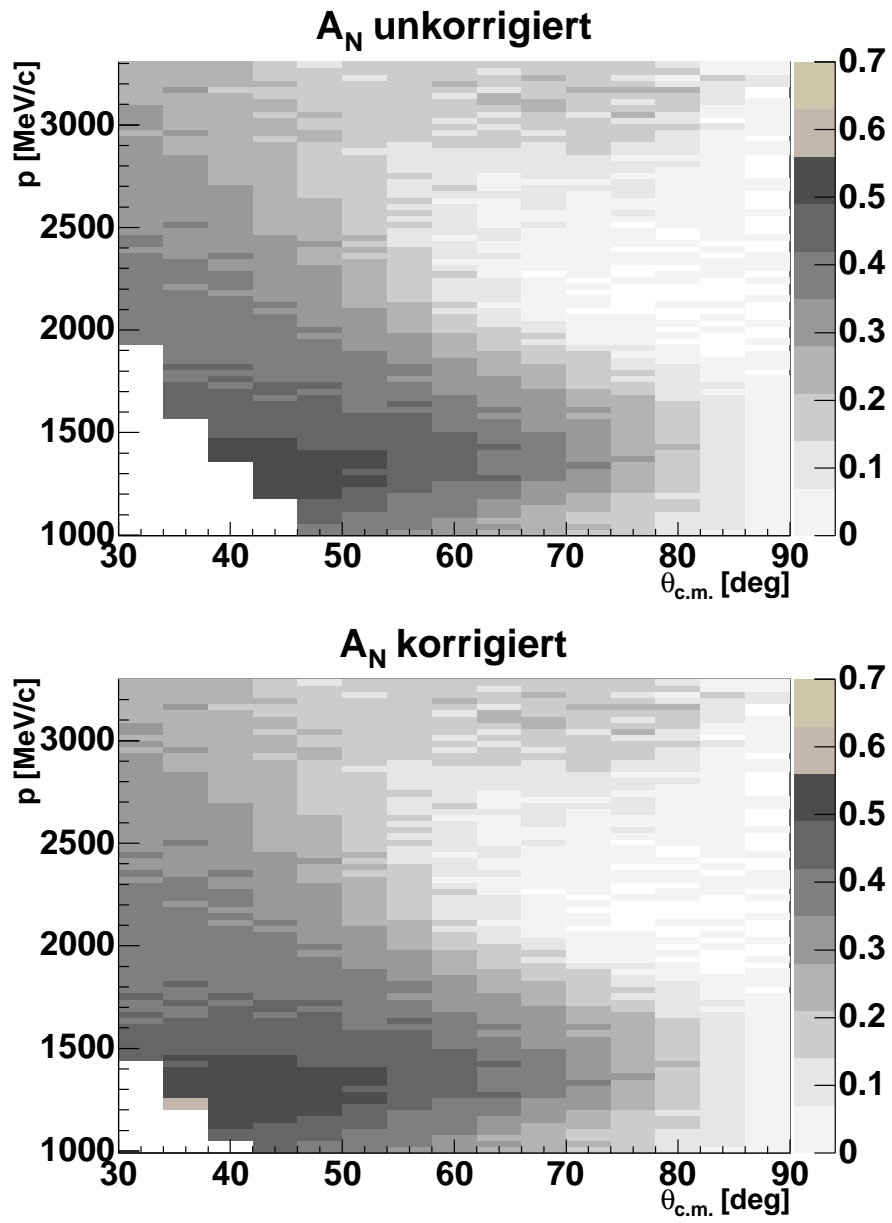


Abbildung 5.9.: Datenpunkte vor und nach der Korrektur

6. Ergebnisse für die Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SS} und A_{SL}

Als Ergebnis der Analyse der in den Strahlzeiten 17 (Oktober 1999), 18 (Mai/Juni 2000), 19 (November/Dezember 2000, Januar 2001) und 20 (Mai-Juli 2001) genommenen Daten liegen Winkelverteilungen der Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SS} und A_{SL} bei zehn verschiedenen Impulsen vor. Diese sollen hier vorgestellt und mit den Ergebnissen früherer Messungen verglichen werden.

Die Datenpunkte aus Messungen anderer Gruppen wurden aus der SAID-Datenbank [ABWS04] extrahiert. Dabei wurde die Einteilung der Winkel derjenigen der EDDA-Daten angepaßt, indem in allen EDDA-Winkelbins für jeden Datensatz der Datenpunkt ausgewählt wurde, der dem entsprechenden Wert für θ am nächsten liegt.

Die Referenzen für die Vergleichsdaten, geordnet nach den Institutionen SATURNE¹, LAMPF² und ANL³, sind:

SATURNE: [C⁺67] [B⁺85a] [B⁺85b] [L⁺87] [L⁺88] [P⁺88]
[dL⁺88] [F⁺89] [A⁺98] [B⁺99a] [A⁺00] [A⁺01]
LAMPF: [M⁺81] [D⁺84] [G⁺87] [G⁺92]
ANL: [M⁺77] [B⁺80] [A⁺83b]

A_{NN}: Die Datenbasis für diese Observable ist im von EDDA vermessenen Energiebereich vergleichsweise dicht. Allerdings hat EDDA konsistent den ganzen Energiebereich vermessen. Die Güte der Streuphasenanalyse folgt dabei der Dichte der Daten. Bei höheren Impulsen und kleinen Vorwärtswinkeln wird die Datenbasis dünner, so daß dort die Streuphasenanalyse schlecht bestimmt ist. In diesem Bereich leisten die EDDA-Daten einen wichtigen Beitrag für eine gute Parametrisierung der Daten.

Bei einigen Impulsen liegen systematische Abweichungen zwischen den EDDA-Daten und Datensätzen, die an SATURNE und am ANL genommen wurden, vor. Offensichtlich han-

¹SATURNE-Beschleuniger, Saclay, Frankreich

²Los Alamos Meson Physics Facility, Los Alamos, USA

³Argonne National Laboratory, USA

6. Ergebnisse für die Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SS} und A_{SL}

delt es sich hierbei um Normierungsunterschiede. Insbesondere verschiedene SATURNE-Datensätze für manche Energien sind untereinander inkonsistent, so daß ein Vergleich hier problematisch ist. Für die Annahme, daß die EDDA-Daten hier eine gute Referenz sind, spricht ihre innere Konsistenz.

Bis auf diese systematischen Abweichungen zeigen unsere Daten gute Konsistenz mit bereits existierenden Daten aus Messungen, die unter anderen experimentellen Bedingungen – extrahierter Strahl und Frozen Spin Targets – durchgeführt wurden.

A_{SL} : Die Werte für A_{SL} liegen nahe bei 0. Dies stimmt mit den früheren Messungen der anderen Gruppen überein. Im Detail zeigen sich jedoch insbesondere im Vergleich mit Messungen an SATURNE deutliche Diskrepanzen.

A_{SS} : Ein wichtiger Beitrag von EDDA sind die Messungen des Spinkorrelationsparameters A_{SS} . Diese sind – mit der Ausnahme von $p = 1430 \text{ MeV/c}$ – die ersten Messungen im abgedeckten Impulsbereich. Demgemäß stark weicht die Vorhersage der Streuphasenanalyse von den Meßdaten ab. Die Abweichung ist umso stärker, je höher der Impuls ist.

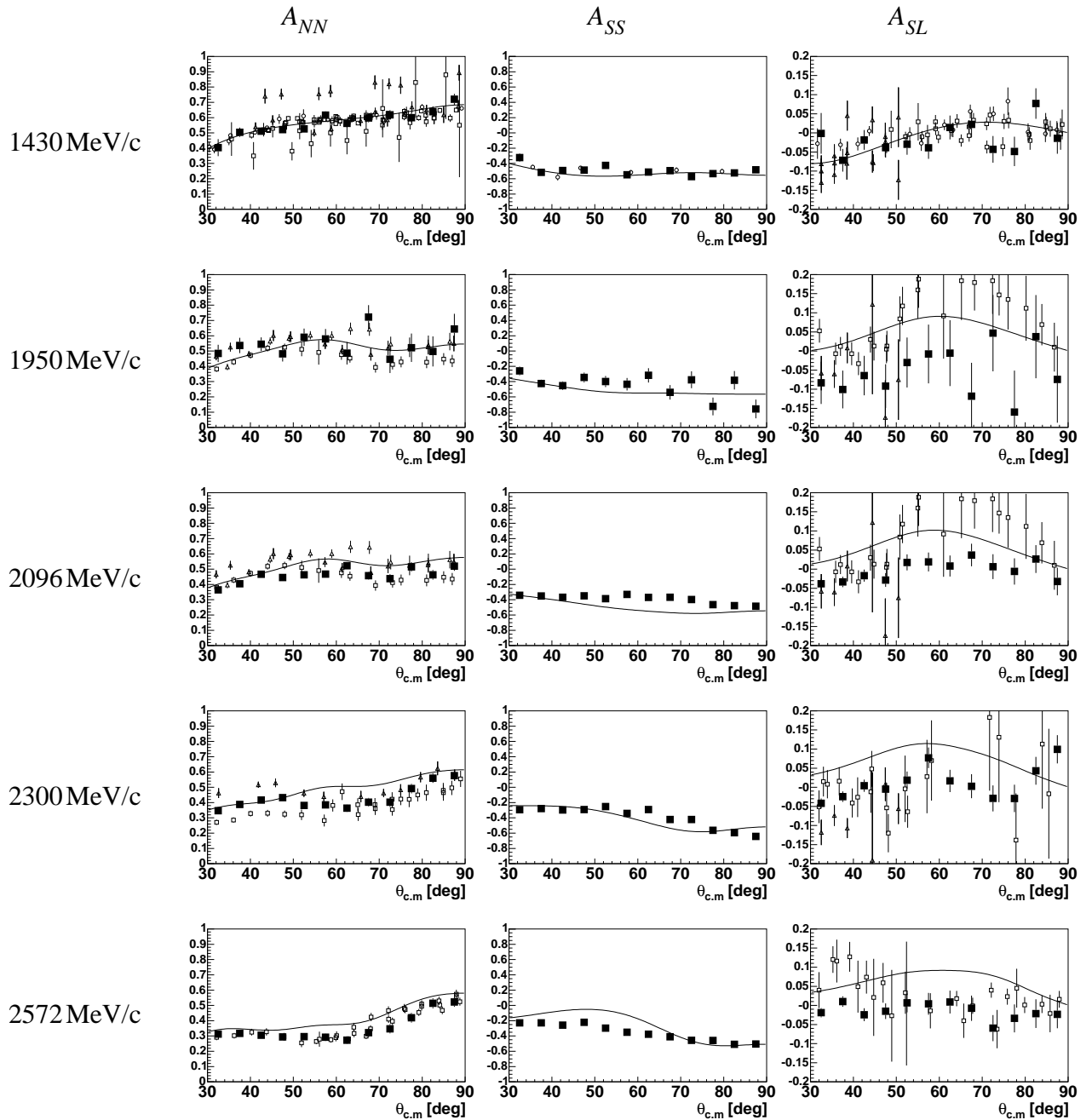


Abbildung 6.1.: Winkelverteilungen der Spinkorrelationsparameter für verschiedene Flattop-Impulse mit statistischen Fehlern: EDDA-Daten \blacksquare im Vergleich mit Daten von Messungen anderer Gruppen (nach Institutionen – SATURNE: \square , LAMPF: \circ , ANL: \triangle) und der Lösung WI00 der SAID-Streuphasenanalyse (durchgezogene Linien) [ASW00, ABWS04].

6. Ergebnisse für die Spinkorrelationsparameter A_{NN} , A_{SS} und A_{SL}

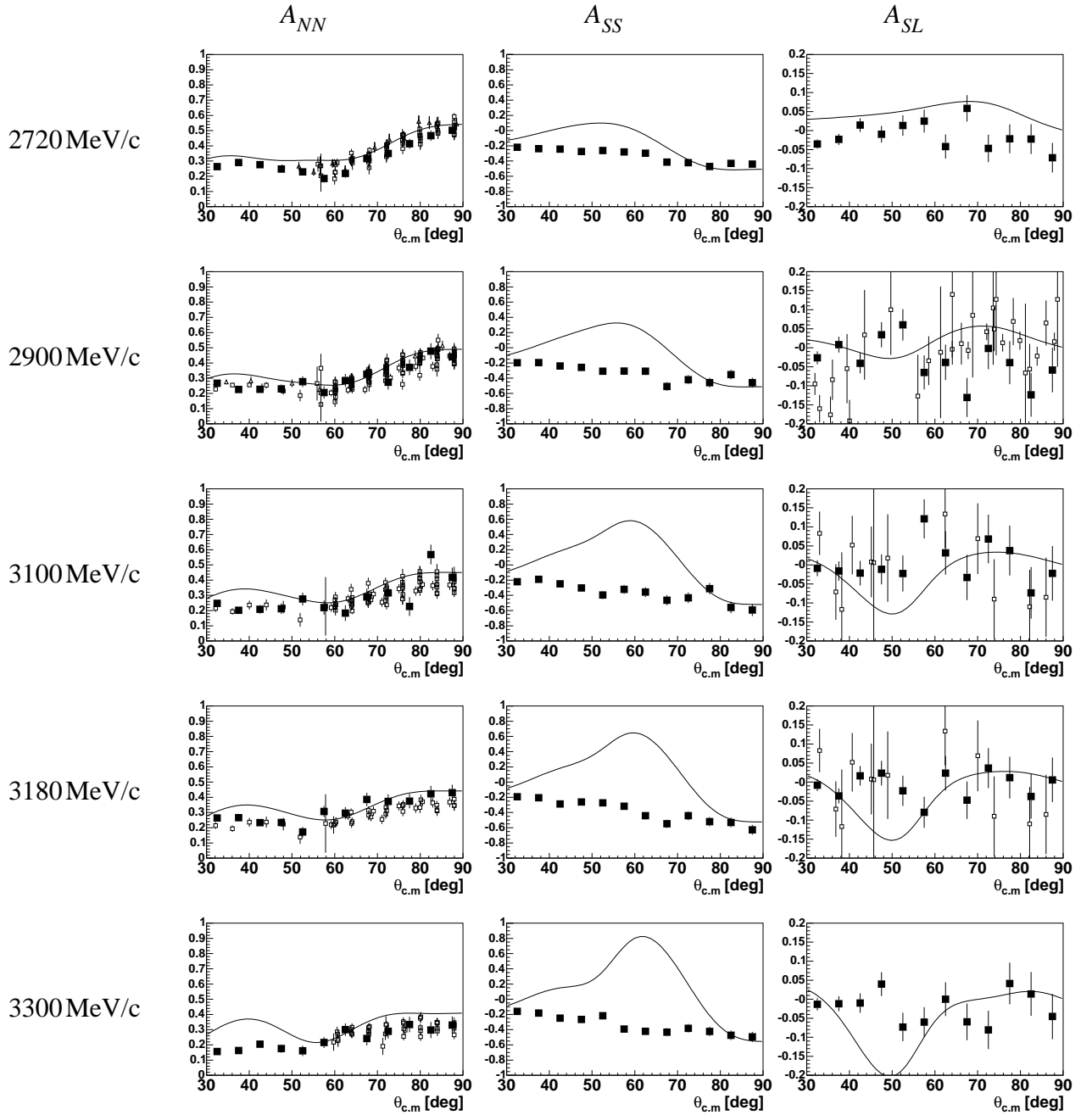


Abbildung 6.2.: Winkelverteilungen der Spinkorrelationsparameter für verschiedene Flattop-Impulse mit statistischen Fehlern: EDDA-Daten ■ im Vergleich mit Daten von Messungen anderer Gruppen (nach Institutionen – SATURNE: □, LAMPF: ○, ANL: △) und der Lösung WI00 der SAID-Streuphasenanalyse (durchgezogene Linien) [ASW00, ABWS04].

A. Ergebnisse für die Spinkorrelationsparameter in tabellarischer Form

Alle in diesen Tabellen gezeigten Werte tragen zusätzlich zum impulsabhängigen Normierungsfehler einen globalen Normierungsfehler von 1,7%, der von dem Normierungsfehler für die Analysierstärke A_N herrührt (siehe Abschnitt 4.2.6).

Der totale Normierungsfehler ergibt sich durch quadratische Addition des globalen Normierungsfehlers und des impulsabhängigen Normierungsfehlers.

Strahlimpuls: 1430 MeV/c Globaler Normierungsfehler: 1,7% Impulsabhängiger Normierungsfehler: 2,1%												
	A_{NN}				A_{SS}				A_{SL}			
$\theta_{c.m.} [deg]$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$
32,5	0,404	0,056	0,007	0,056	-0,323	0,056	0,011	0,057	-0,001	0,053	0,011	0,054
37,5	0,504	0,030	0,006	0,031	-0,516	0,031	0,009	0,032	-0,072	0,030	0,009	0,031
42,5	0,512	0,023	0,005	0,024	-0,492	0,028	0,008	0,029	-0,018	0,026	0,008	0,027
47,5	0,521	0,023	0,005	0,024	-0,487	0,029	0,007	0,030	-0,039	0,026	0,007	0,027
52,5	0,527	0,024	0,004	0,024	-0,426	0,030	0,006	0,031	-0,030	0,027	0,006	0,028
57,5	0,616	0,025	0,004	0,025	-0,548	0,032	0,005	0,032	-0,039	0,029	0,006	0,030
62,5	0,562	0,027	0,004	0,027	-0,513	0,034	0,004	0,034	0,014	0,031	0,005	0,031
67,5	0,598	0,029	0,004	0,029	-0,494	0,037	0,004	0,037	0,022	0,034	0,005	0,034
72,5	0,618	0,031	0,005	0,031	-0,571	0,038	0,003	0,038	-0,043	0,035	0,005	0,035
77,5	0,600	0,034	0,006	0,035	-0,533	0,042	0,004	0,042	-0,049	0,038	0,006	0,038
82,5	0,639	0,035	0,007	0,036	-0,523	0,044	0,004	0,044	0,077	0,040	0,007	0,041
87,5	0,720	0,036	0,009	0,037	-0,482	0,044	0,005	0,044	-0,014	0,040	0,009	0,041

A. Ergebnisse für die Spinkorrelationsparameter in tabellarischer Form

Strahlimpuls: 1950 MeV/c Globaler Normierungsfehler: 1,7% Impulsabhängiger Normierungsfehler: 4,0%												
	A_{NN}				A_{SS}				A_{SL}			
$\theta_{c.m.} [deg]$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$
32,5	0,485	0,057	0,008	0,058	-0,261	0,057	0,010	0,058	-0,083	0,055	0,002	0,055
37,5	0,536	0,050	0,007	0,050	-0,425	0,051	0,011	0,052	-0,101	0,050	0,005	0,050
42,5	0,545	0,045	0,006	0,045	-0,454	0,056	0,012	0,057	-0,064	0,052	0,008	0,053
47,5	0,482	0,050	0,006	0,050	-0,346	0,064	0,013	0,065	-0,092	0,057	0,011	0,058
52,5	0,590	0,057	0,007	0,057	-0,399	0,072	0,014	0,073	-0,030	0,065	0,014	0,066
57,5	0,579	0,065	0,009	0,066	-0,435	0,082	0,015	0,083	-0,008	0,077	0,017	0,079
62,5	0,486	0,074	0,012	0,075	-0,318	0,093	0,015	0,094	-0,006	0,086	0,019	0,088
67,5	0,722	0,078	0,016	0,080	-0,540	0,095	0,016	0,096	-0,118	0,087	0,020	0,089
72,5	0,446	0,090	0,022	0,093	-0,377	0,111	0,017	0,112	0,047	0,100	0,020	0,102
77,5	0,522	0,093	0,029	0,097	-0,725	0,116	0,018	0,117	-0,160	0,108	0,020	0,110
82,5	0,497	0,098	0,037	0,105	-0,383	0,120	0,019	0,121	0,038	0,109	0,019	0,111
87,5	0,644	0,100	0,047	0,110	-0,757	0,123	0,019	0,124	-0,074	0,113	0,018	0,114

Strahlimpuls: 2096 MeV/c Globaler Normierungsfehler: 1,7% Impulsabhängiger Normierungsfehler: 2,4%												
	A_{NN}				A_{SS}				A_{SL}			
$\theta_{c.m.} [deg]$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$
32,5	0,365	0,014	0,003	0,014	-0,341	0,014	0,001	0,014	-0,038	0,014	0,004	0,015
37,5	0,404	0,012	0,003	0,012	-0,352	0,015	0,002	0,015	-0,033	0,014	0,004	0,015
42,5	0,467	0,013	0,004	0,014	-0,367	0,017	0,003	0,017	-0,017	0,016	0,003	0,016
47,5	0,446	0,016	0,004	0,016	-0,349	0,020	0,005	0,021	-0,028	0,018	0,003	0,018
52,5	0,463	0,018	0,004	0,018	-0,385	0,023	0,006	0,024	0,018	0,021	0,003	0,021
57,5	0,467	0,022	0,005	0,023	-0,330	0,027	0,007	0,028	0,019	0,025	0,004	0,025
62,5	0,522	0,024	0,005	0,025	-0,369	0,030	0,009	0,031	0,008	0,027	0,004	0,027
67,5	0,457	0,026	0,006	0,027	-0,367	0,033	0,010	0,034	0,037	0,030	0,004	0,030
72,5	0,438	0,029	0,007	0,030	-0,398	0,036	0,012	0,038	0,007	0,033	0,005	0,033
77,5	0,515	0,030	0,008	0,031	-0,464	0,038	0,013	0,040	-0,006	0,034	0,005	0,034
82,5	0,463	0,032	0,009	0,033	-0,477	0,040	0,015	0,043	0,026	0,036	0,006	0,036
87,5	0,520	0,031	0,010	0,033	-0,484	0,039	0,017	0,043	-0,032	0,036	0,007	0,037

Strahlimpuls: 2300 MeV/c Globaler Normierungsfehler: 1,7% Impulsabhängiger Normierungsfehler: 2,6%												
	A_{NN}				A_{SS}				A_{SL}			
$\theta_{c.m.} [deg]$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$
32,5	0,347	0,013	0,002	0,013	-0,292	0,013	0,002	0,013	-0,042	0,013	0,001	0,013
37,5	0,388	0,012	0,002	0,012	-0,278	0,015	0,003	0,015	-0,024	0,014	0,002	0,014
42,5	0,416	0,014	0,003	0,014	-0,297	0,018	0,004	0,018	0,004	0,016	0,002	0,016
47,5	0,432	0,017	0,003	0,017	-0,292	0,021	0,006	0,022	-0,005	0,019	0,003	0,019
52,5	0,382	0,019	0,004	0,019	-0,252	0,025	0,007	0,026	0,018	0,023	0,004	0,023
57,5	0,385	0,023	0,005	0,024	-0,341	0,030	0,010	0,032	0,077	0,027	0,005	0,027
62,5	0,364	0,025	0,007	0,026	-0,292	0,032	0,012	0,034	0,017	0,029	0,006	0,030
67,5	0,403	0,028	0,008	0,029	-0,421	0,035	0,015	0,038	0,003	0,031	0,007	0,032
72,5	0,402	0,030	0,010	0,032	-0,421	0,037	0,019	0,042	-0,029	0,034	0,008	0,035
77,5	0,492	0,031	0,012	0,033	-0,562	0,039	0,022	0,045	-0,029	0,036	0,009	0,037
82,5	0,560	0,031	0,015	0,034	-0,594	0,039	0,026	0,047	0,043	0,036	0,009	0,037
87,5	0,576	0,032	0,017	0,036	-0,643	0,041	0,031	0,051	0,099	0,037	0,010	0,038

Strahlimpuls: 2572 MeV/c Globaler Normierungsfehler: 1,7% Impulsabhängiger Normierungsfehler: 3,0%												
	A_{NN}				A_{SS}				A_{SL}			
$\theta_{c.m.} [deg]$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$
32,5	0,312	0,012	0,002	0,012	-0,229	0,013	0,002	0,013	-0,019	0,012	0,002	0,012
37,5	0,317	0,012	0,002	0,012	-0,227	0,015	0,002	0,015	0,010	0,014	0,002	0,014
42,5	0,305	0,014	0,002	0,014	-0,257	0,019	0,003	0,019	-0,024	0,017	0,002	0,017
47,5	0,294	0,018	0,002	0,018	-0,221	0,023	0,004	0,023	-0,015	0,020	0,003	0,020
52,5	0,296	0,021	0,003	0,021	-0,298	0,027	0,005	0,027	0,007	0,025	0,004	0,025
57,5	0,292	0,025	0,004	0,025	-0,351	0,032	0,007	0,033	0,004	0,029	0,004	0,029
62,5	0,273	0,026	0,005	0,026	-0,377	0,033	0,009	0,034	0,009	0,030	0,005	0,030
67,5	0,322	0,030	0,006	0,031	-0,410	0,037	0,011	0,039	-0,007	0,033	0,006	0,034
72,5	0,347	0,030	0,008	0,031	-0,457	0,038	0,013	0,040	-0,059	0,034	0,007	0,035
77,5	0,419	0,031	0,010	0,033	-0,459	0,040	0,016	0,043	-0,034	0,037	0,009	0,038
82,5	0,514	0,033	0,013	0,035	-0,509	0,041	0,019	0,045	-0,022	0,037	0,010	0,038
87,5	0,523	0,032	0,016	0,036	-0,505	0,040	0,022	0,046	-0,023	0,037	0,012	0,039

Strahlimpuls: 2720 MeV/c Globaler Normierungsfehler: 1,7% Impulsabhängiger Normierungsfehler: 3,8%												
	A_{NN}				A_{SS}				A_{SL}			
$\theta_{c.m.} [deg]$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$
32,5	0,264	0,013	0,003	0,013	-0,219	0,013	0,001	0,013	-0,035	0,012	0,002	0,012
37,5	0,290	0,012	0,003	0,012	-0,238	0,016	0,004	0,016	-0,023	0,015	0,002	0,015
42,5	0,276	0,016	0,003	0,016	-0,244	0,020	0,006	0,021	0,014	0,018	0,003	0,018
47,5	0,248	0,019	0,004	0,019	-0,274	0,024	0,009	0,026	-0,010	0,022	0,003	0,022
52,5	0,229	0,023	0,004	0,023	-0,262	0,030	0,012	0,032	0,013	0,027	0,004	0,027
57,5	0,185	0,027	0,005	0,027	-0,281	0,033	0,014	0,036	0,025	0,030	0,005	0,030
62,5	0,219	0,028	0,006	0,029	-0,297	0,035	0,017	0,039	-0,042	0,032	0,006	0,033
67,5	0,316	0,031	0,008	0,032	-0,413	0,038	0,019	0,042	0,059	0,035	0,008	0,036
72,5	0,350	0,032	0,010	0,034	-0,421	0,039	0,020	0,044	-0,047	0,036	0,010	0,037
77,5	0,414	0,032	0,012	0,034	-0,471	0,042	0,022	0,047	-0,022	0,038	0,012	0,040
82,5	0,467	0,035	0,015	0,038	-0,430	0,043	0,022	0,048	-0,022	0,039	0,014	0,041
87,5	0,502	0,034	0,019	0,039	-0,440	0,042	0,022	0,047	-0,071	0,039	0,017	0,043

Strahlimpuls: 2900 MeV/c Globaler Normierungsfehler: 1,7% Impulsabhängiger Normierungsfehler: 3,8%												
	A_{NN}				A_{SS}				A_{SL}			
$\theta_{c.m.} [deg]$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$
32,5	0,267	0,018	0,005	0,019	-0,196	0,018	0,000	0,018	-0,026	0,017	0,002	0,017
37,5	0,227	0,018	0,005	0,019	-0,194	0,023	0,005	0,024	0,008	0,021	0,003	0,021
42,5	0,227	0,023	0,005	0,024	-0,239	0,030	0,009	0,031	-0,041	0,027	0,005	0,027
47,5	0,230	0,029	0,005	0,029	-0,258	0,037	0,013	0,039	0,034	0,033	0,007	0,034
52,5	0,277	0,036	0,006	0,036	-0,308	0,045	0,017	0,048	0,060	0,041	0,008	0,042
57,5	0,206	0,040	0,008	0,041	-0,306	0,050	0,020	0,054	-0,065	0,045	0,010	0,046
62,5	0,285	0,042	0,009	0,043	-0,308	0,052	0,022	0,056	-0,038	0,047	0,012	0,049
67,5	0,326	0,046	0,012	0,048	-0,508	0,056	0,023	0,061	-0,131	0,051	0,013	0,053
72,5	0,274	0,049	0,015	0,051	-0,419	0,060	0,024	0,065	-0,002	0,054	0,015	0,056
77,5	0,371	0,051	0,019	0,054	-0,458	0,063	0,023	0,067	-0,039	0,057	0,016	0,059
82,5	0,478	0,053	0,024	0,058	-0,353	0,063	0,020	0,066	-0,124	0,058	0,018	0,061
87,5	0,441	0,055	0,030	0,063	-0,459	0,065	0,017	0,067	-0,058	0,059	0,019	0,062

A. Ergebnisse für die Spinkorrelationsparameter in tabellarischer Form

Strahlimpuls: 3100 MeV/c Globaler Normierungsfehler: 1,7% Impulsabhängiger Normierungsfehler: 4,5%												
	A_{NN}				A_{SS}				A_{SL}			
$\theta_{c.m.} [deg]$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$
32,5	0,248	0,022	0,003	0,022	-0,222	0,022	0,004	0,022	-0,009	0,021	0,002	0,021
37,5	0,202	0,022	0,004	0,022	-0,189	0,029	0,005	0,029	-0,016	0,026	0,002	0,026
42,5	0,208	0,028	0,005	0,028	-0,249	0,036	0,005	0,036	-0,022	0,032	0,003	0,032
47,5	0,212	0,034	0,006	0,035	-0,303	0,044	0,006	0,044	-0,012	0,039	0,004	0,039
52,5	0,276	0,042	0,008	0,043	-0,395	0,053	0,007	0,053	-0,022	0,047	0,005	0,047
57,5	0,219	0,047	0,010	0,048	-0,321	0,058	0,009	0,059	0,121	0,051	0,006	0,051
62,5	0,183	0,052	0,012	0,053	-0,357	0,064	0,010	0,065	0,031	0,057	0,008	0,058
67,5	0,289	0,055	0,014	0,057	-0,464	0,068	0,011	0,069	-0,033	0,060	0,011	0,061
72,5	0,316	0,058	0,016	0,060	-0,432	0,070	0,013	0,071	0,068	0,064	0,014	0,066
77,5	0,227	0,062	0,019	0,065	-0,311	0,074	0,015	0,076	0,038	0,066	0,018	0,068
82,5	0,568	0,064	0,022	0,068	-0,559	0,076	0,016	0,078	-0,073	0,068	0,022	0,071
87,5	0,418	0,064	0,025	0,069	-0,593	0,078	0,018	0,080	-0,022	0,072	0,027	0,077

Strahlimpuls: 3180 MeV/c Globaler Normierungsfehler: 1,7% Impulsabhängiger Normierungsfehler: 4,1%												
	A_{NN}				A_{SS}				A_{SL}			
$\theta_{c.m.} [deg]$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$
32,5	0,264	0,016	0,007	0,017	-0,194	0,017	0,006	0,018	-0,008	0,016	0,003	0,016
37,5	0,266	0,017	0,008	0,019	-0,207	0,022	0,007	0,023	-0,036	0,020	0,005	0,021
42,5	0,233	0,022	0,009	0,024	-0,288	0,029	0,009	0,030	0,017	0,026	0,007	0,027
47,5	0,235	0,028	0,010	0,030	-0,262	0,036	0,012	0,038	0,024	0,032	0,009	0,033
52,5	0,172	0,034	0,011	0,036	-0,274	0,044	0,014	0,046	-0,023	0,040	0,011	0,041
57,5	0,307	0,036	0,013	0,038	-0,317	0,045	0,017	0,048	-0,079	0,041	0,013	0,043
62,5	0,296	0,040	0,015	0,043	-0,443	0,050	0,020	0,054	0,023	0,045	0,015	0,047
67,5	0,386	0,044	0,017	0,047	-0,549	0,054	0,024	0,059	-0,048	0,049	0,016	0,052
72,5	0,373	0,046	0,019	0,050	-0,442	0,058	0,028	0,064	0,037	0,052	0,016	0,054
77,5	0,375	0,047	0,021	0,051	-0,519	0,061	0,032	0,069	0,012	0,055	0,016	0,057
82,5	0,423	0,051	0,024	0,056	-0,531	0,064	0,036	0,073	-0,038	0,059	0,015	0,061
87,5	0,431	0,051	0,027	0,058	-0,627	0,064	0,041	0,076	0,006	0,058	0,014	0,060

Strahlimpuls: 3300 MeV/c Globaler Normierungsfehler: 1,7% Impulsabhängiger Normierungsfehler: 2,8%												
	A_{NN}				A_{SS}				A_{SL}			
$\theta_{c.m.} [deg]$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$	Obs.	$\Delta_{stat.}$	$\Delta_{sys.}$	$\Delta_{ges.}$
32,5	0,157	0,017	0,005	0,018	-0,160	0,017	0,005	0,018	-0,013	0,016	0,003	0,016
37,5	0,163	0,017	0,007	0,018	-0,182	0,022	0,008	0,023	-0,012	0,020	0,005	0,021
42,5	0,205	0,022	0,008	0,023	-0,249	0,029	0,012	0,031	-0,010	0,026	0,007	0,027
47,5	0,176	0,028	0,010	0,030	-0,265	0,035	0,015	0,038	0,040	0,032	0,009	0,033
52,5	0,161	0,034	0,012	0,036	-0,218	0,042	0,019	0,046	-0,073	0,037	0,012	0,039
57,5	0,215	0,036	0,015	0,039	-0,391	0,044	0,022	0,049	-0,060	0,040	0,015	0,043
62,5	0,300	0,041	0,018	0,045	-0,422	0,049	0,025	0,055	0,000	0,044	0,018	0,048
67,5	0,241	0,045	0,022	0,050	-0,433	0,054	0,027	0,060	-0,059	0,048	0,022	0,053
72,5	0,290	0,047	0,026	0,054	-0,382	0,056	0,029	0,063	-0,081	0,050	0,027	0,057
77,5	0,334	0,051	0,031	0,060	-0,423	0,061	0,030	0,068	0,041	0,055	0,031	0,063
82,5	0,298	0,053	0,036	0,064	-0,473	0,063	0,030	0,070	0,014	0,057	0,037	0,068
87,5	0,330	0,057	0,041	0,070	-0,495	0,066	0,030	0,072	-0,045	0,060	0,042	0,073

B. Fehlerrechnung für die A_N -Korrekturfaktoren

Die Fehlerrechnung für $R(\theta, p, \theta_v^i, p_v^i)$ und $\bar{R}(\theta, p)$ ist nicht mehr elementar, da die Abhängigkeit beider Größen von den in (5.5) eingehenden Größen auf acht einzelne Zählraten (siehe 5.9) zurückgeführt werden muß. Diese Zählraten sind:

$$A^+(\theta, p), A^-(\theta, p), B^+(\theta, p), B^-(\theta, p), A^+(\theta_v, p_v), A^-(\theta_v, p_v), B^+(\theta_v, p_v), B^-(\theta_v, p_v).$$

Für eine Unterteilung des ABT in K Subvolumina ergibt sich damit die Anzahl der unabhängigen Parameter für $R(\theta, p, \theta_v^i, p_v^i)$ zu $8K$, für $\bar{R}(\theta, p)$ bei Mittelung über L Referenztuple (θ_v^i, p_v^i) zu $4K(1+L)$.

Notation im folgenden: Parameter werden zusammenfassend geschrieben als $\underline{C}_m, \underline{N}_m^i$, wobei m die K Vertex-Subvolumina indiziert, mit¹

$$\underline{C}_m = [A_m^+(\theta, p), A_m^-(\theta, p), B_m^+(\theta, p), B_m^-(\theta, p)] \equiv [C_{1,m}, C_{2,m}, C_{3,m}, C_{4,m}] \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{aligned} \underline{N}_m^i &= [A_m^+(\theta_v^i, p_v^i), A_m^-(\theta_v^i, p_v^i), B_m^+(\theta_v^i, p_v^i), B_m^-(\theta_v^i, p_v^i)] \\ &\equiv [N_{1,m}^i, N_{2,m}^i, N_{3,m}^i, N_{4,m}^i]. \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Es soll nun $R(\theta, p, \theta_v^i, p_v^i) = R(\underline{C}_1, \dots, \underline{C}_K, \underline{N}_1^i, \dots, \underline{N}_K^i)$ betrachtet werden. Übersichtlichere verkürzte Notation: $R^i := R(\theta, p, \theta_n^i, p_n^i)$.

Mit

$$c_m = \sum_{j=1}^4 C_{j,m}, \quad c = \sum_{m=1}^K c_m \quad (\text{B.3})$$

$$b_m^i = \sum_{j=1}^4 N_{j,m}^i, \quad b^i = \sum_{m=1}^K b_m^i \quad (\text{B.4})$$

¹Hochgestellte Indizes bezeichnen in diesem Abschnitt keine Potenzen, sondern wurden aus Übersichtlichkeitsgründen gewählt.

B. Fehlerrechnung für die A_N -Korrekturfaktoren

schreibt R^i sich

$$R^i = \frac{b^i \sum_{l=1}^K c_l \epsilon_m^i}{c \sum_{l=1}^K b_l^i \epsilon_m^i}, \quad \epsilon_m^i = \frac{\sqrt{N_{1,m}^i N_{4,m}^i} - \sqrt{N_{2,m}^i N_{3,m}^i}}{\sqrt{N_{1,m}^i N_{4,m}^i} + \sqrt{N_{2,m}^i N_{3,m}^i}}. \quad (\text{B.5})$$

Weitere Notationsvereinfachung:

$$R^i = \frac{b^i X}{c Y^i} \quad (\text{B.6})$$

Unter der Annahme, daß für die Zählraten $C_{1,m}, C_{2,m}, C_{3,m}, C_{4,m}$ und $N_{1,m}^i, N_{2,m}^i, N_{3,m}^i, N_{4,m}^i$ Poisson-Statistik gilt, ergibt sich der Fehler für R^i zu

$$(\Delta R^i)^2 = \sum_{m=1}^K \sum_{j=1}^4 \left[\left(\frac{\partial}{\partial C_{j,m}} R^i \right)^2 C_{j,m} + \left(\frac{\partial}{\partial N_{j,m}^i} R^i \right)^2 N_{j,m}^i \right]. \quad (\text{B.7})$$

Der Fehler für $\bar{R} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L R^i$ ist dann

$$(\Delta \bar{R})^2 = \sum_{m=1}^K \sum_{j=1}^4 \left[\left(\frac{\partial}{\partial C_{j,m}} \bar{R} \right)^2 C_{j,m} + \sum_{k=1}^L \left(\frac{\partial}{\partial N_{j,m}^k} \bar{R} \right)^2 N_{j,m}^k \right] \quad (\text{B.8})$$

$$= \frac{1}{L^2} \sum_{m=1}^K \sum_{j=1}^4 \left[\left(\frac{\partial}{\partial C_{j,m}} \sum_{i=1}^L R^i \right)^2 C_{j,m} + \sum_{k=1}^L \left(\frac{\partial}{\partial N_{j,m}^k} \sum_{i=1}^L R^i \right)^2 N_{j,m}^k \right] \quad (\text{B.9})$$

$$= \frac{1}{L^2} \sum_{m=1}^K \sum_{j=1}^4 \left[\left(\sum_{i=1}^L \frac{\partial}{\partial C_{j,m}} R^i \right)^2 C_{j,m} + \sum_{k=1}^L \sum_{i=1}^L \left(\frac{\partial}{\partial N_{j,m}^k} R^i \right)^2 N_{j,m}^k \right] \quad (\text{B.10})$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial N_{j,m}^k} R^i = 0 \text{ für } k \neq i \right)$$

$$= \frac{1}{L^2} \sum_{m=1}^K \sum_{j=1}^4 \left[\left(\sum_{i=1}^L \frac{\partial}{\partial C_{j,m}} R^i \right)^2 C_{j,m} + \sum_{i=1}^L \left(\frac{\partial}{\partial N_{j,m}^i} R^i \right)^2 N_{j,m}^i \right]. \quad (\text{B.11})$$

Partielle Ableitungen nach $C_{j,n}$

Die funktionale Abhängigkeit von R^i von diesen Werten ist die gleiche für alle j .

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial R^i}{\partial C_{j,n}} &= \frac{\partial R^i}{\partial c} \underbrace{\frac{\partial c}{\partial C_{j,n}}}_{=1} + \frac{\partial R^i}{\partial b^i} \underbrace{\frac{\partial b^i}{\partial C_{j,n}}}_{=0 \forall m} + \sum_{m=1}^K \left(\frac{\partial R^i}{\partial \varepsilon_m^i} \underbrace{\frac{\partial \varepsilon_m^i}{\partial C_{j,n}}}_{=0 \forall m,n} + \frac{\partial R^i}{\partial n_m^i} \underbrace{\frac{\partial n_m^i}{\partial C_{j,n}}}_{=0 \forall m,n} + \frac{\partial R^i}{\partial c_m} \underbrace{\frac{\partial c_m}{\partial C_{j,n}}}_{=0 \forall m \neq n} \right) \\
 &= \frac{\partial R^i}{\partial c} + \frac{\partial R^i}{\partial c_n} \underbrace{\frac{\partial c_n}{\partial C_{j,n}}}_{=1 \forall n} = \frac{\partial R^i}{\partial c} + \frac{\partial R^i}{\partial c_n}
 \end{aligned} \tag{B.12}$$

Die partiellen Ableitungen lauten

$$\frac{\partial R^i}{\partial c} = -\frac{b^i X}{c^2 Y^i} \tag{B.13}$$

$$\frac{\partial R^i}{\partial c_n} = \frac{b^i \varepsilon_n^i}{c Y^i}. \tag{B.14}$$

Partielle Ableitungen nach $N_{j,n}^i$

In diesem Fall hängt $\frac{\partial R}{\partial N_{j,n}^i}$ von j ab, diese Abhängigkeit liegt allerdings in der von $\frac{\partial \varepsilon_m^i}{\partial N_{j,n}^i}$ von j . Also gilt

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial R^i}{\partial N_{j,n}^i} &= \frac{\partial R^i}{\partial c} \underbrace{\frac{\partial c}{\partial N_{j,n}^i}}_{=0 \forall n} + \frac{\partial R^i}{\partial b^i} \underbrace{\frac{\partial b^i}{\partial N_{j,n}^i}}_{=1 \forall m} + \sum_{m=1}^K \left(\frac{\partial R^i}{\partial \varepsilon_m^i} \underbrace{\frac{\partial \varepsilon_m^i}{\partial N_{j,n}^i}}_{=\delta_{m,n}} + \frac{\partial R^i}{\partial n_m^i} \underbrace{\frac{\partial n_m^i}{\partial N_{j,n}^i}}_{=0 \forall m,n} + \frac{\partial R^i}{\partial c_m} \underbrace{\frac{\partial c_m}{\partial N_{j,n}^i}}_{=0 \forall m,n} \right) \\
 &= \frac{\partial R^i}{\partial b^i} + \frac{\partial R^i}{\partial b_n^i} \underbrace{\frac{\partial b_n^i}{\partial N_{j,n}^i}}_{=1 \forall n} + \frac{\partial R^i}{\partial \varepsilon_n^i} \frac{\partial \varepsilon_n^i}{\partial N_{j,n}^i} = \frac{\partial R^i}{\partial b^i} + \frac{\partial R^i}{\partial b_n^i} + \frac{\partial R^i}{\partial \varepsilon_n^i} \frac{\partial \varepsilon_n^i}{\partial N_{j,n}^i}.
 \end{aligned} \tag{B.15}$$

Die partiellen Ableitungen lauten

B. Fehlerrechnung für die A_N -Korrekturfaktoren

$$\frac{\partial R^i}{\partial b^i} = \frac{X}{cY^i} \quad (\text{B.16})$$

$$\frac{\partial R^i}{\partial b_n^i} = -\frac{b^i \varepsilon_n^i X}{c(Y^i)^2} \quad (\text{B.17})$$

$$\frac{\partial R^i}{\partial \varepsilon_n^i} \frac{\partial \varepsilon_n^i}{\partial N_{j,n}^i} = \frac{b^i (c_n Y^i - b_n^i X)}{c(Y^i)^2} \frac{\partial \varepsilon_n^i}{\partial N_{j,n}^i} . \quad (\text{B.18})$$

Literaturverzeichnis

- [A⁺83a] ARNDT, R. A. et al.: *Nucleon-Nucleon Partial Wave Analysis to 1 GeV*. Phys. Rev., D28:97, 1983.
- [A⁺83b] AUER, I. P. et al.: *Measurements of spin spin correlation parameters up to 2.5-GeV/c incident momentum for a decisive clarification of the structure observed in the p p system*. Phys. Rev. Lett., 51:1411, 1983.
- [A⁺98] ALLGOWER, C. E. et al.: *Angular dependence of p p spin correlation and rescattering observables between 1.80-GeV and 2.10-GeV*. Eur. Phys. J., C1:131–138, 1998.
- [A⁺00] ALLGOWER, C. E. et al.: *Angular dependence of the p p elastic scattering spin correlation parameter $A(00nn)$ between 0.8 and 2.8 GeV: Results for 1.80-GeV to 2.24-GeV*. Phys. Rev., C62:064001, 2000.
- [A⁺01] ALLGOWER, C. E. et al.: *Angular dependence of the pp elastic scattering spin correlation parameter $Ann-00$ between 0.8 and 2.8 GeV. II. Results for higher energies*. Phys. Rev., C64:034003, 2001.
- [A⁺04a] ALBERS, D. et al.: *A precision measurement of p p elastic scattering cross sections at intermediate energies*. Eur. Phys. J., A22:125–148, 2004.
- [A⁺04b] ALTMEIER, M. et al.: *Excitation functions of the analyzing power in elastic proton proton scattering from 0.45-GeV to 2.5-GeV*. 2004.
- [ABWS04] ARNDT, R. A., W. J. BRISCOE, R. L. WORKMAN und I. I. STRAKOVSKY: *SAID: Scattering Analysis Interactive Dialin*, 2004. http://gwdac.phys.gwu.edu/analysis/nn_analysis.
- [AMdS78] AERTS, A. T. M., P. J. G. MULDER und J. J. DE SWART: *Multi - Baryon States in the Bag Model*. Phys. Rev., D17:260, 1978.
- [AOS⁺97] ARNDT, R. A., CHANG HEON OH, I. I. STRAKOVSKY, R. L. WORKMAN und F. DOHRMANN: *Nucleon nucleon elastic scattering analysis to 2.5-GeV*. Phys. Rev., C56:3005, 1997.

Literaturverzeichnis

- [ASW00] ARNDT, R. A., I. I. STRAKOVSKY und R. L. WORKMAN: *Nucleon-nucleon elastic scattering to 3 GeV*. Phys. Rev. C, 62:34005, 2000.
- [B⁺80] BELL, D. A. et al.: *Measurement of the spin parameters A and $A(nn)$ in $p p$ elastic scattering in the 1-GeV/c to 3-GeV/c region*. Phys. Lett., B94:310, 1980.
- [B⁺85a] BYSTRICKY, J. et al.: *Measurement of the spin correlation parameter $A(00nn)$ and of the analyzing power for $p p$ elastic scattering in the energy range from 0.5-GeV to 0.8-GeV*. Nucl. Phys., B262:727, 1985.
- [B⁺85b] BYSTRICKY, J. et al.: *Measurement of the spin correlation parameter $A(00nn)$ and of the analyzing power for $p p$ elastic scattering in the energy range from 0.5-GeV to 0.8-GeV*. Nucl. Phys., B262:715, 1985.
- [B⁺99a] BALL, J. et al.: *Elastic and quasi-elastic $p p$ scattering in Li-6-H and Li- 6-D targets between 1.1-GeV and 2.4-GeV*. Eur. Phys. J., C11:51, 1999.
- [Büß99b] BÜSSER, KARSTEN: *Anregungsfunktionen und Winkelverteilungen der Analysierstärke der elastischen Proton-Proton-Streuung bei mittleren Energien*. Dissertation, I. Institut für Experimentalphysik der Universität Hamburg, 1999.
- [Bau01] BAUER, FRANK: *Polarisationsobservable der elastischen $\vec{p}\vec{p}$ Streuung für Energien bis 1,5 GeV: Experimentelle Bestimmung von Spinkorrelationskoeffizienten*. Dissertation, I. Institut für Experimentalphysik der Universität Hamburg, 2001.
- [BH70] BARSHALL, H. H. und W. HAEBERLI (Herausgeber): *Proc. 3rd Int. Symp. on Polarization Phenomena in Nuclear Reactions*. Madison: University of Wisconsin, 1970.
- [BLW78] BYSTRICKY, J., F. LEHAR und P. WINTERNITZ: *Formalism of Nucleon-Nucleon Elastic Scattering Experiments*. J. Phys. (Paris), 39(1):1, 1978.
- [BMT59] BARGMANN, V., LOUIS MICHEL und V. L. TELEGDI: *Precession of the polarization of particles moving in a homogeneous electromagnetic field*. Phys. Rev. Lett., 2:435, 1959.
- [BSL80] BOURRELY, C., J. SOFFER und E. LEADER: *Polarization phenomena in hadronic reactions*. Phys. Rept., 59:95, 1980.
- [C⁺67] COZZIKA, G. et al.: *Measurements of the polarization parameters P and C_{nn} in pp elastic scattering between 500 and 1200 MeV*. Phys. Rev., 164:1672–1679, 1967.
- [CCTL77] CLAUDE COHEN-TANNOUDJI, BERNARD DIU und FRANK LALOË: *Quantum Mechanics, Vol. I and II*. Wiley-Interscience, 605 Third Avenue, New York, N.Y. 10016, 1977.
- [Con93] CONZETT, H. E.: *Spin Polarization in Nuclear and Particle Physics*. Internal Report LBL-34403, Nuclear Science Division, Lawrence Berkeley Laboratory, 1993.

- [Con94] CONZETT, H. E.: *Interaction of polarized beams with particles and nuclei*. Rept. Prog. Phys., 57:1, 1994.
- [D⁺84] DITZLER, W. R. et al.: *measurements of the spin-spin correlation parameter $C(ss) = (s,s;0,0)$ at 487-MeV, 639-MeV AND 791-MeV*. Phys. Rev., D29:2137, 1984.
- [Die98] DIEHL, O.: *Aufnahme und Auswertung elastischer Streudaten im EDDA-Experiment*. Dissertation, Institut für Strahlen- und Kernphysik, Universität Bonn, 1998. s.: <http://www.iskp.uni-bonn.de/edda/dipldiss.html>.
- [dL⁺88] LESQUEN, A. DE et al.: *Measurement of analyzing power and spin correlations in n p elastic scattering at 0.744-GeV and 0.794-GeV using a deuteron polarized beam*. Nucl. Phys., B304:673, 1988.
- [EFH⁺88] ELSTER, C., W. FERCHLÄNDER, K. HOLINDE, D. SCHÜTTE und R. MACHLEIDT: *Extension of the Bonn meson exchange NN potential above pion production threshold: nucleon renormalization and unitarity*. Phys. Rev., C37:1647, 1988.
- [EHO⁺04] EIDELMAN, S., K.G. HAYES, K.A. OLIVE et al.: *Review of Particle Physics*. Physics Letters B, 592:1+, 2004.
- [EHSM88] ELSTER, C., K. HOLINDE, D. SCHÜTTE und R. MACHLEIDT: *Extension of the Bonn meson exchange NN potential above pion production threshold: role of the delta isobar*. Phys. Rev., C38:1828, 1988.
- [EMS03] EYSER, K. O., R. MACHLEIDT und W. SCOBEL: *Modelling nucleon nucleon scattering above 1-GeV*. 2003.
- [Eve96] EVERSHEIM, D.: *The polarized atomic-beam target for the EDDA experiment and the time-reversal invariance test at COSY*. In: BOSCH, F. und P. EGELHOF (Herausgeber): *Proceedings of 3rd International Conference on Nuclear Physics at Storage Rings (STORI96), Bernkastel-Kues, Germany, September 30 - October 3, 1996*. accepted for publication in Nucl. Phys. A.
- [Eys04] EYSER, KJELD OLEG: *Anregungsfunktionen der Polarisationsobservablen A_{NN} , A_{SS} und A_{SL} der elastischen $\vec{p}\vec{p}$ -Streuung*. Dissertation, I. Institut für Experimentalphysik der Universität Hamburg, 2004.
- [F⁺89] FONTAINE, J. M. et al.: *measurement of the spin correlation parameters $A(00KK)$ and $A(00SK)$ in p p elastic scattering from 0.88-GeV to 2.4- GeV*. Nucl. Phys., B321:299–310, 1989.
- [Fel98] FELDEN, O.: *Die Inbetriebnahme des polarisierten Atomstrahltargets für das EDDA Experiment am Cooler Synchrotron COSY*. Dissertation, ISKP, Univ. Bonn, 1998.

Literaturverzeichnis

- [Fic88] FICK, E.: *Einführung in die Grundlagen der Quantentheorie*. Aula-Verlag, Wiesbaden, 1988.
- [G⁺87] GAZZALY, M. M. et al.: *First measurement of the real part of a p p double spin flip amplitude*. Phys. Rev. Lett., 58:1084, 1987.
- [G⁺92] GLASS, G. et al.: *Measurement of spin correlation parameters A(LL) and A(SL) in p-p elastic scattering from 500-MeV to 800-MeV*. Phys. Rev., C45:35, 1992.
- [GOH92] GROSS, F., J. W. VAN ORDEN und K. HOLINDE: *Relativistic one boson exchange model for the nucleon- nucleon interaction*. Phys. Rev., C45:2094, 1992.
- [Hin] HINTERBERGER, F.: *Polarized proton beam development at COSY with EDDA as a fast internal polarimeter*. Prepared for 14th International Spin Physics Symposium (SPIN 2000), Osaka, Japan, 16-21 Oct 2000.
- [Hin00] HINTERBERGER, F.: *Ohlsen Formula with $|p^+| \neq |p^-|$* . EDDA internal report, ISKP Universität Bonn, 2000.
- [Hos68] HOSHIZAKI, N. *Suppl. Prog. Theor. Phys.*, 42:107, 1968.
- [Jaf77] JAFFE, R.: *Perhaps a stable dihyperon*. Phys. Rev. Lett., 38:195–198, 1977.
- [JW59] JACOB, M. und G. C. WICK: *On the General Theory of Collision for Particles with Spin*. Annals Phys., 7:404, 1959.
- [L⁺80] LACOMBE, M. et al.: *Parametrization of the paris n n potential*. Phys. Rev., C21:861, 1980.
- [L⁺87] LEHAR, F. et al.: *Measurement of the spin correlation parameter A00NN(p p) in a large angular region between 0.88-GeV and 2.7-GeV*. Nucl. Phys., B294:1013–1021, 1987.
- [L⁺88] LAC, C. D. et al.: *Measurement of the spin correlation parameters A(OOSK) and A(OOKK) in p p elastic scattering at 0.84-GeV and 1-GeV*. Nucl. Phys., B297:653–660, 1988.
- [Leh97] LEHRACH, A.: *Erarbeitung und Umsetzung eines Konzeptes zur Beschleunigung polarisierter Protonen im Kühlersynchrotron COSY*. Dissertation, Universität Bonn und FZ-Jülich, 1997.
- [LL01] L.D. LANDAU, E.M. LIVŠIĆ: *Teoretičeskaya Fizika, Kvantovaya Mehanika*, Band III. Fizmatlit, Moskva, 2001.
- [M⁺77] MILLER, D. et al.: *Simultaneous measurement of the spin parameters P and C(NN) in p p elastic scattering at 2, 3, 4, and 6-GeV/c*. Phys. Rev., D16:2016–2026, 1977.

- [M⁺81] MCNAUGHTON, M. W. et al.: *Spin correlation parameter $A(NN)$ in $p p$ elastic scattering at 796-MeV*. Phys. Rev., C23:838, 1981.
- [M⁺90] MCNAUGHTON, M. W. et al.: *Three spin measurements in $p p \rightarrow p p$ at 730-MeV*. Phys. Rev., C41:2809, 1990.
- [Mac89] MACHLEIDT, R.: *The Meson Theory of Nuclear Forces and Nuclear Structure*. In: NEGELE, J. W. und E. VOGT (Herausgeber): *Adv. Nucl. Phys.*, Band 19, Kapitel 2, Seiten 189–376. Plenum Press, New York, 1989.
- [MHE87] MACHLEIDT, R., K. HOLINDE und C. ELSTER: *The Bonn meson exchange model for the nucleon nucleon interaction*. Phys. Rept., 149:1, 1987.
- [MK86] MAYER-KUKUK, T.: *Kernphysik*. Teubner-Verlag, Stuttgart, 1986.
- [NRdS75] NAGELS, M. M., T. A. RIJKEN und J. J. DE SWART: *Baryon-baryon scattering in an obep approach. 1. Nucleon- nucleon scattering*. Phys. Rev., D12:744, 1975.
- [Ohl73] OHLSSEN, G. G.: *Techniques for Measurements of Spin- $\frac{1}{2}$ and Spin-1 Polarization Analyzing Tensors*. Nucl. Instr. and Meth., 109:41–59, 1973.
- [P⁺88] PERROT, F. et al.: *Measurement of the spin correlation parameter $A(00SK)$ in $p p$ elastic scattering from 0.88-GeV to 2.7-GeV*. Nucl. Phys., B296:527, 1988.
- [Roh95] ROHDJESS, H.: *Using Time Information for the EDDA Experiment*. EDDA Internal report, ISKP, Universität Bonn, 1995.
- [Roh00] ROHDJESS, HEIKO: *Anregungsfunktionen der elastischen Proton-Proton-Streuung im Energiebereich 0.5-2.5 GeV*. Habilitationsschrift, Universität Bonn, 2000.
- [Roh01] ROHDJESS, H.: *A χ^2 -fit to determine spin correlation parameters*. EDDA internal report, ISKP Universität Bonn, 2001.
- [Roh03] ROHDJESS, H.: *Absolute Normalization Uncertainty of Spin Correlation Parameters*. EDDA internal report, ISKP Universität Bonn, 2003.
- [Sch94] SCHWANDT, F.: *TDAS OS-9 ISKP Programmer's Guide*. Internal Report, Version 2.4, ISKP Universität Bonn, August 1994.
- [Sch95] SCHWANDT, F.: *Datenaufnahme und Datenanalyse im EDDA-Experiment*. Dissertation, Institut für Strahlen- und Kernphysik, Universität Bonn, 1995. s.: <http://www.iskp.uni-bonn.de/edda/dipldiss.html>.
- [Sch96] SCHWANDT, F.: *YODA User's Guide*. Internal Report, ISKP, Universität Bonn, 1996. Updated for version 0.98 by H. Rohdjeß.
- [Sch04] SCHWICK, ANNETTE: *Analyse der pp -Streuung im GeV-Bereich anhand des Mesonenaustauschmodells*. Diplomarbeit, Universität Bonn, 2004.

Literaturverzeichnis

- [SYM57] STAPP, H. P., T. J. YPSILANTIS und N. METROPOLIS: *Phase-Shift Analysis of 310-Mev Proton-Proton Scattering Experiments*. Phys. Rev., 105(1):302–310, 1957.
- [WA52] WOLFENSTEIN, L. und J. ASHKIN: *Invariance Conditions on the Scattering Amplitudes for Spin $\frac{1}{2}$ Particles*. Phys. Rev., 85(6):947–949, 1952.
- [Wei00] WEISE, ERIC: *Anregungsfunktionen der Analysierstärke der elastischen Proton-Proton-Streuung*. Dissertation, Universität Bonn, 2000.
- [Wel95] WELLINGHAUSEN, A.: *Der Nachweis energiereicher Protonen mit Halbringen aus szintillierenden Fasern im EDDA-Experiment bei COSY*. Diplomarbeit, I. Exp. Phys., Universität Hamburg, 1995. s., <http://kaa.desy.de/edda/papers/Diplomalist.inhalt.html>.
- [Wo196] WOLLER, K.: *Die Außenschale des EDDA-Detektors an COSY und erste Ergebnisse zur elastischen Proton-Proton-Streuung bei $T = 1505\text{ MeV}$ und $T = 2201\text{ MeV}$* . Dissertation, I. Exp. Phys., Universität Hamburg, 1996. s.: <http://kaa.desy.de/edda/papers/PhDlist.inhalt.html>.
- [Yuk35] YUKAWA, H. *Proc.Phys.Math.Soc.Jpn*, 17:48, 1935.
- [Zie98] ZIEGLER, R.: *Die Innenschale des EDDA-Detektors und Messungen zur elastischen Proton-Proton-Streuung*. Dissertation, Institut für Strahlen- und Kernphysik, Universität Bonn, 1998. s.: <http://www.iskp.uni-bonn.de/edda/dipldiss.html>.

Danksagung

Hier möchte ich allen Personen danken, die bei der Entstehung dieser Arbeit und auf dem Weg dorthin geholfen haben.

Besonders aber

Herrn Prof. Dr. U.-G. Meißner für die Möglichkeit, diese Arbeit am Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik anzufertigen,

Herrn Prof. Dr. F. Hinterberger, der diese Arbeit als mein Doktorvater betreut hat und mich in vieler Hinsicht während mannigfaltiger fachlicher Diskussionen im Laufe der Promotion beraten hat,

Herrn Prof. Dr. K.-H. Speidel für die freundliche Übernahme des Koreferats,

Herrn Prof. Dr. J. Bisplinghoff für sein ständiges Engagement für die EDDA-Kollaboration,

Herrn PD Dr. H. Rohdjeß, dessen unschätzbare Hilfe ein wesentlicher Bestandteil zum Gelingen dieser Arbeit war, und der stets hilfreiche Antworten auf Fragen zu allen Aspekten dieser Dissertation hatte und gerne gab,

den Bonner und Hamburger Kollegen der EDDA-Kollaboration für die gute und freundliche Zusammenarbeit während der Messungen und der Datenanalyse,

der Jülicher COSY-Mannschaft und den ABT-Fachleuten, die mit ihrem großem Einsatz am erfolgreichen Verlauf der Messungen einen entscheidenden Anteil hatten,

meinen Eltern, deren Unterstützung während des Studiums eine wesentliche Voraussetzung für das Zustandekommen dieser Arbeit war.